

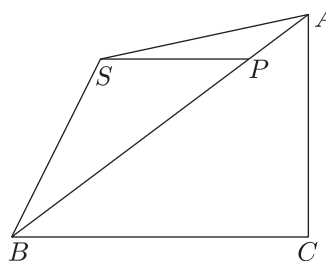
## Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

### 2011/2012-es tanév első (iskolai) forduló haladók – I. kategória

#### Feladatok

1. Az ábrán látható  $ABC$  derékszögű háromszög  $AC$  oldala 6 cm,  $BC$  oldala 8 cm hosszú. Az  $SP$  szakasz párhuzamos  $BC$ -vel és fele olyan hosszú.

Mekkora az  $ABS$  háromszög területe? Bizonyítsuk be, hogy az  $ABS$  háromszög területe nem függ a  $P$  pont megválasztásától!



2. Az  $ABCD$  négyzet  $BC$  oldalával párhuzamos  $e$  egyenes az  $AB$  oldalt az  $E$ , a  $CD$  oldalt pedig a  $G$  pontban metszi. Az  $AEGD$  és az  $EBCG$  négyszög kerületének aránya  $\lambda$ . Ha  $\frac{AE}{EB} = \mu$ , akkor mekkora a  $(2 - \lambda) \cdot (2 + \mu)$  szorzat értéke?

3. Az  $f(x) = ax^2 + bx + c$  másodfokú függvénynek ( $x \in \mathbb{R}$ ) egy zérushelye van. Az  $f(x)$  függvény minimumhelye  $x = c$ . Mekkora lehet az  $ac$  szorzat értéke?

4. Bizonyítsuk be, hogy  $13^n + 3 \cdot 5^{n-1} + 8$  minden pozitív egész  $n$  esetén osztható 24-gyel!

5. A Bergengóc királyi palota egyik folyosóját újra kell kövezni. A folyosó 20 dm széles és 99 dm hosszú. A felújítás idején kétféle járókővet lehet beszerezni: a kisebbik 4 dm  $\times$  4 dm-es és 100 garas az ára, a nagyobbik 5 dm  $\times$  5 dm-es és 130 garasba kerül. Mindkettő megvásárolható darabonként is. Legkevesebb hány garasból tudja a kincstárnok megoldani a folyosó kikövezését, ha a köveket nem szabad elvágni?