KöMaL C-gyakorlatok 345 – 929

C.345. Az esőzések miatt pincénk megtelt vízzel. A víz eltávolítására beállítottak három szivattyút. Egyedül az első szivattyúval 3 óra alatt lehetne a vizet kiemelni a pincéből, a másodikkal 4 óra, a harmadikkal 6 óra alatt. A három gép 30 perces együttes munkája után a második gép elromlott. A maradék vizet az első és a harmadik géppel szivattyúzták ki. Összesen mennyi időbe telt a víz eltávolítása?

C.346. Határozzuk meg azokat a p és q ikerprímszámokat, amelyekre $p^2 - pq + q^2$ is prím. (A p és q prímszámok ikerprímek, ha $|p - q| = 2$.)

C.347. Egy egységnyi területű, szabályos háromszög alakú papírlapot a háromszög középpontján átmenő egyenes szakasz mentén összehajtunk. Legalább mekkora az átfedett terület?

C.348. Egy tetraéder egyik csúcsából kiinduló élek egymásra páronként merőlegesek. Az élek hossza 9 cm, 12 cm, 16 cm. Mekkora a tetraédernek e csúcsából kiinduló testmagassága?

C.349. Bálint egy könyvet olvas. A könyvben az oldalak számozása 5-tel kezdődik és 155-tel és véget. Hányadik oldalon jár Bálint, ha az azt megelőző oldalszámok összege éppen egyenlő a rákövetkező oldalszámok összegével?

C.350. Adott a következő f függvény: $\mathbf{D}_f := \{x \in \mathbf{R} \mid x \geq 1\}$; $f(x) = x - \sqrt{x^2 - x}$.
Igazoljuk, hogy f monoton csökkenő. Felveszi-e a függvény a 0,505 értéket?

C.351. Egy egyenlő szárú háromszög alapja a, a szárak által bezárt szög α. Egy másik egyenlő szárú háromszög szárai a hosszúságúak, az általuk bezárt szög ugyancsak α. Milyen α esetén lesz az utóbbi háromszög területe a fele az előzőnek?

C.352. Legfeljebb milyen magas lehet az a 2 cm átmérőjű henger, amelyet úgy akarunk elhelyezni egy 10 cm élű kockában, hogy tengelye a kocka egyik testátlója legyen?

C.353. A mézeskalácskészítő Bonifác mester szeretett volna minél több gyermeknek örömet szerezni, ezért – ha ébren volt – állandóan tevékenykedett. Ha keveset aludt, akkor álmosan ment a munka. A túl sok alvástól is bágyadtnak érezte magát, ráadásul ilyenkor kevesebb ideje is maradt. Rájött, hogy az óránként elkészülő kalácsok mennyisége az alvás és az ébrenlét időtartamának szorzatával arányos. Hány órát aludjon naponta Bonifác mester, hogy a lehető legtöbb kalácsot tudja elkészíteni?

C.354. A Hány olyan négyjegyű szám van, amelyben a legnagyobb és a legkisebb számjegy között legfeljebb kettő a különbség? (A négyjegyű szám nem kezdődhet 0-val.)

C.355. A síkbeli x, y koordináta-rendszerben tekintsük az origóra szimmetrikus K alakzatot, és tükrözzük az x tengelyre. Az így nyert alakzat K'. Igazoljuk, hogy a K és K' alakzatok egyesítése szimmetrikus az y tengelyre is.

C.356. Egy 4 cm átmérőjű, gömb alakú hagymát 2 mm vastag szeletekre vágtunk. Hányszor nagyobb a hagyma felszínénél a keletkezett 20 szelet együttes felülete?

C.357. Oldjuk meg a valós számok halmazán a következő egyenlőtlenséget: $\sqrt{x+6} > x - 6$.

C.358. Bizonyítsuk be, hogy három egész szám negyedik hatványának összege pontosan akkor osztható 7-tel, ha négyzeteik összege osztható 7-tel.

C.359. Öt négyszögből összeraktunk egy nagyobb négyszöget az ábrán látható módon. Bizonyítsuk be, hogy ha az öt négyszög mindegyike húrnégyszög, akkor a belőlük összeállított négyszög is az.

C.360. Tizennégy darab egységsugarú gömböt „gúlába” raktak: az alsó rétegbe 9-et, a középsőbe 4-et, felülre 1-et. Hányadrészét töltik ki e gömbök annak a szabályos négyoldalú gúlának, amely a gömböket burkolja?

C.361. Kati időnként takarít, és ilyenkor öccse holmiját sem kíméli. Éppen Miki kártyanaptárait akarta kihajítani, amikor az betoppant. Miki azt mondta: ,,Naptáraim 10 egymást követő évből valók. Közönséges évben mindig találok köztük olyat, amelyik használható.”'
– Az más – válaszolta Kati, és a naptárak megmenekültek. De vajon biztosak lehetünk-e hasonló helyzetben, hogy naptáraink rendelkeznek a Miki által említett előnyös tulajdonsággal?

C.362. Keressük meg mindazokat a legfeljebb négyjegyű négyzetszámokat, amelyek egy köbszám másfélszeresével egyenlők!

C.363. Egy háromszög egyik oldala egységnyi, a rajta fekvő szögek hegyesszögek, amelyek szinuszainak aránya 1:2. A háromszög területe 1/4. Mekkora a másik két oldal?

C.364. Egy azték piramis olyan szabályos négyoldalú csonkagúla, amelynek alapéle 81 m, oldaléle 65 m, fedőéle 16 m hosszú. A turisták számára olyan feljárót terveznek, amely az alaplap egyik csúcsánál kezdődik, és a négy oldallapon végighaladva, mindvégig egyenletesen emelkedve a fedőlap csúcsánál végződik. Mely pontokban kell érintenie a feljárónak az oldaléleket?

C.365. Két testvér 4 éves korától kezdve minden évben annyi könyvet kap születésnapjára, ahányadik évét éppen betölti. Hány évesek a gyerekek, amikor születésnapjaikra kapott könyveik száma összesen 100?

C.366. Oldjuk meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:
$1+2\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}-2\sqrt[6]{x}=0.$

C.367. Egy szabályos háromszög egyik csúcspontja $A\left(2\sqrt{3};\, 2\sqrt{3}\right)$. A háromszög súlypontja az origóban van. Határozzuk meg a másik két csúcspont koordinátáit!

C.368. Egy gömb köré írt csonkakúp térfogata a beírt gömb térfogatának kétszerese. Hányszorosa a csonkakúp alapkörének sugara a fedőkör sugarának?

C.369. A takarékbank pénztárosa egy betétesnek 50 Ft egész számú többszörösét kitevő pénzösszeget fizetett ki bankjegyekben. Ehhez legalább 15 bankjegy kellett volna. A betétes azonban kérte, hogy a legnagyobb címlet 1000 forintos legyen. Így minimálisan 35 bankjegyre volt szükség. Mekkora összeg került kifizetésre?

C.370. Oldjuk meg a valós számok körében a következő egyenletet: $\log_a x = x$, ahol $a = x^{\log_4 x}$.

C.371. Egy háromszög csúcsai – mint középpontok – körül szerkesszünk három, egymást páronként minden lehetséges módon érintő kört! (A körök belülről is érinthetik egymást.)

C.372. Egy R sugarú gömbre egy félgömb alakú ,,sapkát” (gömbsüveget) helyezünk, amelynek sugara $R\frac{\sqrt{3}}{2}$. Hány százalékkal nagyobb az így kapott alakzat felszíne a gömb felszínénél?

C.373. A boltos egy keresett árucikkből meglévő készletét jelenlegi árának másfélszereséért szeretné értékesíteni. Ennek érdekében lépcsőzetes áremelést tervez. Végrehajt egy bizonyos áremelést, majd amikor a készlet kétharmadát sikerült eladnia, újabb, ugyanolyan arányú áremelésre kerít sort. Ez az ár mindaddig érvényes, míg az egész készlet el nem fogy. Hány százalékos áremelésekkel érhető el a kívánt cél?

C.374. Oldjuk meg az $1+\sqrt{14-x} \ge \log_2(x-2)$ egyenlőtlenséget a valós számok halmazán.

C.375. Van-e olyan háromszög, amelynek területét az egyik csúcsához tartozó szögharmadolók egyenlő részekre osztják?

C.376. Egy henger alapja egységnyi sugarú kör. A henger tengelyével 45˚-os szöget bezáró sík a henger palástját ellipszisben metszi. Milyen görbe lesz ebből az ellipszisből, ha a henger palástjával együtt síkba terítjük?

C.377. Három munkás mindegyike 5 órányi túlmunkát vállalt, amelynek során villanykapcsolókat szereltek össze. A munkáért kapott 4700Ft-on teljesítményeik arányában osztoztak. Az első munkás 2000Ft-ot kapott, a második átlagosan 4 perc alatt készített el egy kapcsolót, a harmadik 300Ft-tal kevesebbet kapott, mint a második. Hány kapcsoló készült túlmunkában?

C.378. Oldjuk meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:
$\sqrt{\lg^2 x+\lg x^2+1}+\lg x+1=0.$

C.379. Az *a* oldalú szabályos háromszög köré írható kör területének hányadrészét fedik le a háromszög csúcsai körül rajzolt *a*/2 sugarú körök?

C.380. Egy négyzetes oszlop testátlója az alaplapnak a hozzá csatlakozó átlójával 45˚-os szöget zár be. Mekkora szögben hajlik a testátló a többi (tizenegy) lapátlóhoz?

C.381. Két testvér eladta a birkanyáját. Minden birkát annyi tallérért adtak, ahány birka a nyájban eredetileg volt. A bevételen 10 talléronként osztozkodtak. Először az idősebb testvér kapott 10 tallért, azután a fiatalabb, majd újra az idősebb és így tovább. Utoljára a fiatalabbnak már csak 10-nél kevesebb tallér jutott, ezért az idősebb neki adta a bicskáját, így ugyanakkora bevételre tettek szert. Hány tallért ér a bicska?

C.382. Az $x^2 + x_1x + x_2 =0$ másodfokú egyenlet gyökei x_1, x_2. Keressük meg az összes ilyen másodfokú egyenletet.

C.383. Az *ABC* szabályos háromszög csúcsai egy, a háromszög síkjában fekvő *D* ponttól rendre 2, 3, 5 egységnyi távolságban vannak. Számítsuk ki a háromszög oldalának hosszát.

C.384. Adott a térben az *f* egyenes, továbbá két különböző sík. Az *f* egyenest merőlegesen vetítjük a síkokra. Milyen helyzetű lehet egymáshoz képest a két vetület?

C.385. Mekkora *B* betétet kell öt éven át minden év elején a bankban elhelyeznünk, hogy évi 20%-os kamat mellett az ötödik év végén ugyanakkora legyen a követelésünk, mintha az első év elején egyszerre 100000 Ft-ot tettünk volna a bankba?

C.386. Van-e olyan *N* pozitív egész szám, amelynek tízes számrendszerben felírt alakjában a számjegyek összege 10, N^2 számjegyeinek összege pedig 100?

C.387. Adott a síkon két, közös pont nélküli kör: K_1 és K_2. Legyen P_1 a K_1 kerületének egy tetszőleges pontja. Jelölje P_2 a K_2 kerületének P_1-hez legközelebb eső pontját, továbbá P_3 a K_1 kerületének P_2-höz legközelebbi pontját. Lehet-e a P_3 pont messzebb P_1-től, mint P_2-től?

C.388. Az S sík 30°-os szöget zár be a vízszintessel. Az S síkot egy függőleges egyenes mint tengely körül 120°-kal elforgatjuk. Mekkora az így kapott sík és az S sík hajlásszöge?

C.389. Matematika órán a tanulók 2/3 részénél volt feladatgyűjtemény, és 4/5 részük hozott magával számológépet. Azok között, akik hoztak számológépet, ugyanolyan arányban fordultak elő olyanok, akiknél nem volt feladatgyűjtemény, mint azok között, akik nem hoztak számológépet. A tanulók hányadrészénél volt feladatgyűjtemény és számológép is?

C.390. Az

$$x \geq y^2 + t$$
$$y \geq x^2 + t$$

egyenlőtlenségrendszernek a t valós paraméter mely értékei mellett van egyetlen megoldása a valós számpárok körében?

C.391. Tekintsük az $y = \cos^2 x$ ($x \in \mathbf{R}$) függvény grafikonját. Igaz-e, hogy ha ezt az y-tengely 1 ordinátájú pontjából a kétszeresére nagyítjuk, akkor az $y = \cos x$ ($x \in \mathbf{R}$) függvény grafikonját kapjuk?

C.392. Egy sík egy kocka három, egy csúcsból kiinduló élét a csúcstól a_1, a_2, a_3 távolságra fekvő A_1, A_2, A_3 pontokban metszi. Mekkora az $A_1A_2A_3$ háromszög területe?

C.393. Lottózók gyakran panaszolják, hogy már megint nem nyertek, ráadásul – ami külön bosszúság – megjátszott számaik mellett lévő számokat húztak ki. Vizsgáljuk higgadtan a kérdést: tényleg olyan közel jártak a főnyereményhez?
Tegyük fel, hogy az ötös lottón a nyertes számok: 7, 13, 28, 46, 75. A lottószelvénynek hány olyan különböző kitöltése lehetséges, amelyek mindegyikében a megjelölt számok közül legalább négy a felsorolt számokkal szomszédos? (Két szám szomszédos, ha különbségük abszolút értéke 1.)

C.394. Melyek azok a pozitív egész n számok, amelyeknek $n/2$ darab pozitív osztója van?

C.395. Számítsuk ki számológép és függvénytáblázat használata nélkül a következő hányadost:

$$\frac{\pi - arctg\dfrac{8}{15}}{2 \cdot arctg 4}$$

(arctg$x$ azt a $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ intervallumba eső szöget jelenti, amelynek tangense x.)

C.396. Szerkesszünk(!) adott r sugarú körrel egyenlő területű négyzetet! (RENDKÍVÜLI AKCIÓ KERETÉBEN MOST AZ EGYSZER SZERKESZTÉSI LÉPÉSKÉNT ELFOGADJUK EGY HENGER PALÁSTJÁNAK SÍKBA VALÓ KITERÍTÉSÉT IS!!)

C.397. A (tízes számrendszerben felírt) négyjegyű számokat két csoportra osztjuk aszerint, hogy felírhatók-e két kétjegyű szám szorzataként, vagy sem. Melyikből van több?

C.398. Számítsuk ki a következő határértéket: $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2}{1+a^{(a-2)x}}$,

ahol $a > 0$, $a \neq 1$ valós szám.

C.399. Az *ABCD* trapézban $AB \parallel CD$. Az *A* és *D* csúcsokból húzott belső szögfelezők metszéspontja *P*, a *B* és *C* csúcsokból húzott belső szögfelezők metszéspontja pedig *Q*. Bizonyítsuk be, hogy $PQ=\dfrac{|AB-BC+CD-DA|}{2}$.

C.400. Homogén anyagú tömör kúpot átfúrunk. A henger alakú furat tengelye a kúp tengelyére esik. A megmunkálás során a kúp tömege 36%-kal csökkent. Hányszorosa a furat átmérőjének az alapkör átmérője?

C.401. Máté örökösen siet. Megfigyelte, hogy a mozgólépcsőn állva másfél perc alatt ér le a metróhoz, míg az álló lépcsőn 1 perc alatt leszalad. Mennyi idő alatt ér le Máté, ha a mozgásban lévő lépcsőn le tud szaladni?

C.402. Megválaszthatók-e az *a*, *b*, *c* állandók úgy, hogy az

$(x + a)^2 + (2x + b)^2 + (2x + c)^2 = (3x + 1)^2$

egyenlőség minden *x*-re teljesüljön?

C.403. Bizonyítsuk be, hogy egy háromszöget csak akkor lehet egy szakasszal két, hozzá hasonló háromszögre bontani, ha a háromszög derékszögű.

C.404. Két szabályos négyoldalú gúla oldallapjainak magassága egységnyi. Oldaléleik hossza 1,25 egység, ill. 1,33 egység. Melyiknek nagyobb a térfogata?

C.405. Határozzuk meg az *A*, *B*, *C*, *D* számjegyeket úgy, hogy $ABC\cdot AD = ADDC$ legyen.

C.406. Adott száz pozitív egész szám. Mutassuk meg, hogy ki lehet választani közülük egyet vagy többet úgy, hogy a kiválasztott szám vagy a kiválasztott számok összege százzal osztható legyen.

C.407. Húzzuk meg az *ABC* háromszög mindhárom külső szögfelező egyenesét. Az ezek által alkotott háromszög szögei 40°, 65° és 75°. Mekkorák az eredeti háromszög szögei?

C.408. 27 db egységkockából összerakunk egy kockát. Elvehetünk-e az építményből 10 db egységkockát úgy, hogy a kapott test felszíne megegyezzen a nagy kocka felszínével? Feltesszük, hogy a megmaradó egységkockák helyzete egymáshoz képest nem változik.

C.409. 1994-ben a külkereskedelmi mérleg hiánya 3,8 milliárd dollár volt. A Gazdaságkutató RT szerint az export 11%-os, az import 3%-os növekedésével számolva a külkereskedelmi deficit 1995-ben 3 milliárd dollárra csökken. Mekkora volt a kivitel és a behozatal nagysága 1994-ben?

C.410. Ha a természetes számokat 1-től *n*-ig összeadjuk, az összeg bizonyos esetekben osztható 10-nek valamilyen pozitív egész kitevős hatványával. Melyik az a legkisebb *n*, amely esetén az összeg tízezerrel osztható?

C.411. Bizonyítsuk be, hogy bármely pozitív egész *n*-re, ha $\alpha=\dfrac{180^\circ}{1+2^n}$, akkor

$(\cos\alpha)\cdot(\cos 2\alpha)\cdot(\cos 4\alpha)\cdot\ldots\cdot(\cos 2^{n-1}\alpha) = \frac{1}{2^n}$.

C.412. 27 db egységkockából összerakunk egy kockát. Tegyük fel, hogy az építményből tetszőleges számú és helyzetű egységkockát eltüntethetünk anélkül, hogy a megmaradó egységkockák helyzete egymáshoz képest változnék. Legfeljebb mekkora lehet az így nyerhető test felszíne?

C.413. Egy 20 m/s sebességgel közeledő mozdony sípjelét a vasúti átjárónál állva 4 másodperccel a vonat odaérkezése előtt hallottuk meg. Milyen messze volt a mozdony, amikor elkezdett sípolni? (A hang terjedési sebessége 340 m/s.)

C.414. Definiáljuk a furcsa számokat a következőképpen: Legyen furcsa minden egyjegyű prímszám, egy legalább kétjegyű prímszám pedig pontosan akkor legyen furcsa,
ha akár első, akár utolsó számjegyét elhagyva ismét furcsa számot kapunk. Határozzuk meg az összes furcsa számot!

C.415. Egy deltoid csúcsai $A(0; 0)$, $B(1; 2)$, $C(4; 0)$, $D(1; -2)$. Tekintsük azokat a köröket, amelyek kerülete mind a négy csúcsponttól egyenlő távolságra húzódik. Mekkora a legnagyobb kör sugara?

C.416. Adott az *ABC* háromszög. Tekintsük mindazokat az *ABCP* tetraédereket, amelyek négy testmagassága közül a *P* csúcsból induló a legkisebb. Mi a mértani helye a *P* pont *ABC* síkra eső merőleges vetületének?

C.417. Egy négyjegyű szám számjegyeiről a következőket tudjuk:
I. Az első és második (az ezresek és százasok helyén álló) számjegy összege egyenlő az utolsó két számjegy összegével.
II. A második és negyedik számjegy összege egyenlő az első és harmadik számjegy összegének a kétszeresével.
III. Az első és a negyedik számjegyet összeadva a harmadik számjegyet kapjuk.
IV. A második és a harmadik számjegy összegéből az első számjegyet levonva az utolsó számjegy háromszorosát kapjuk.
Egyértelműen meghatározható-e ezekből a négyjegyű szám?

C.418. Keressük meg az összes olyan négyzetszámot, amely a kettes számrendszerben felírva csupa 1-es számjegyből áll.

C.419. Egy derékszögű háromszög befogóinak hossza 126 és 168 egység. Mekkora a szögfelezők talppontjai által meghatározott háromszög kerülete?

C.420. Egy szabályos hat oldalú gúla oldallapjai az alaplap síkjával 45°-os szöget alkotnak. Az alaplap egyik élére olyan S síkot illesztünk, amely az éllel szomszédos alapélekhez tartozó oldallapokat párhuzamos szakaszokban metszi. Mekkora szöget zár be az S sík az alaplappal?

C.421. Falióránkat nem lehet felhúzni, ha a számlapon akár a kis-, akár a nagymutató 3 és 4, vagy 8 és 9 között halad. Naponta mennyi az az idő, amikor fel lehet húzni az órát?

C.422. Oldjuk meg a pozitív egész számok halmazán az $n^3 - n < n!$ egyenlőtlenséget. ($n!$ az 1-től n-ig terjedő egész számok szorzatát jelenti.)

C.423. Egy derékszögű háromszögben a beírt körnek az átfogón levő érintési pontja az átfogót x és y hosszú szakaszokra osztja. Bizonyítsuk be, hogy a derékszögű háromszög területe xy.

C.424. Egy kör alakú papírlapot n darab egybevágó körcikkre vágunk szét, majd az így kapott valamennyi körcikket egy-egy kúppalásttá alakítjuk. Mekkora n esetén lesz a kúppalástok által meghatározott kúpok együttes térfogata maximális?

C.425. Ha egy háromjegyű, tizes számrendszerbeli számot elosztunk a fordítottjával, hányadosul 3-at, maradékul pedig a szám számjegyeinek összegét kapjuk. Mi lehet ez a szám?

C.426. Egy mértani sorozat első eleme 2^n (n pozitív egész szám), hányadosa 3/2. Bizonyítsuk be, hogy a sorozat első $(n + 1)$ elemének összege akkor és csak akkor osztható 5-tel, ha n páratlan.

C.427. Egy derékszögű érintőtrapéz átlóinak metszéspontján át párhuzamost húzunk az alapokkal. Igazoljuk, hogy ennek a szárak közé eső szakasza mindig akkora, mint a trapéz magassága.

C.428. Egy gömb felületének legfeljebb hányadrésze fedhető le 4 darab egybevágó gömbsüveggel, ha a gömbsüvegek nem nyúlhatnak egymásba?

C.429. Tekintsük az $a_k = \dfrac{a_1}{1+(k-1)a_1}$ (ahol $a_1 > 0; k = 1, 2, ..., n$) sorozatot. Igazoljuk, hogy $a_1a_2 + a_2a_3 + ... + a_{n-1}a_n = (n - 1)a_1a_n$.

C.430. Oldjuk meg a következő egyenletet, ha t adott valós szám: $x^3 - 2tx^2 + t^3 = 0$.

C.431. Adott egy OXY háromszög és egy $\lambda > 0$ valós szám. Vegyünk fel az XY szakaszon egy Q pontot és O-ban állítsunk merőlegest OQ-ra. Ezen az egyenesen tekintsük azokat a P pontokat, amelyekre $OP/OQ = \lambda$. Mi a P pontok mértani helye, ha Q végigfut az XY szakaszon?

C.432. Egy négyzetet megforgatunk valamelyik szimmetriatengelye körül. A keletkező forgástest felszíne F, térfogata V. Milyen értékeket vehet fel az F^3/V^2 hányados?

C.433. Bizonyítsuk be, hogy ha n pozitív egész szám, akkor $(n + 1)$ és $(4n + 1)$ nem lehetnek egyszerre négyzetszámok.

C.434. Oldjuk meg a $\log_a(x - a) > \log_{1/a}(x + a)$ egyenlőtlenséget.

C.435. Egy a oldalú négyzet alakú park közepén van egy d átmérőjú, kör alakú virágágy. A parkon kívül és a virágágy szélén körbe út vezet. Egyenes út visz továbbá a négyzet csúcsaitól és oldalainak felezőpontjától a négyzet középpontja felé a virágágyig. Mi a legrövidebb út a park egyik sarkától a szemközti sarokig?

C.436. Egy szabályos négyoldalú csonkagúla magassága és fedőéle egyenlő. A csonkagúla térfogata kétszerese a benne foglalt legnagyobb kocka térfogatának. Mekkora szöget zárnak be az oldallapok az alaplap síkjával?

C.437. Legyen n egy tízes számrendszerben felírt kétjegyű szám, s pedig számjegyeinek négyzetösszege. Mi az $n - s$ legkisebb és legnagyobb értéke?

C.438. Oldjuk meg a következő egyenletrendszert (t valós paraméter):

$t \cdot (x + y + z) = 0,$

$t \cdot (x + y) + z = 1,$

$t \cdot x + y + z = 2.$

C.439. Egy derékszögű háromszög átfogója c, területe T, beírt körének sugara ϱ. Igazoljuk, hogy a beírt kör érintési pontjai $\frac{\rho T}{c}$ területű háromszöget határoznak meg.

C.440. Tegyük fel, hogy egy testnek pontosan három szimmetriasíkja van. Hogyan helyezkedhetnek el egymáshoz képest a szimmetriasíkok?

C.441. Jóska – az autók rendszámait figyelve – érdekes háromjegyű számot látott. A számot a jegyei közé tett vonallal úgy lehetett kettévágni, hogy a keletkezett két szám szorzatának háromszorosa visszaadta az eredeti számot. Keressük meg az összes ilyen tulajdonságú háromjegyű számot.

C.442. Bizonyítsuk be, hogy minden (x; y) valós számpárra, amelyben x és y egyike sem nulla, teljesül az $x^4 + y^4 + \frac{2}{x^2y^2} \geq 4$ egyenlőtlenség.

C.443. Egy háromszög oldalai, kerülete, területe a szokásos jelölésekkel: a, b, c, $2s$, T. Mekkora a háromszög c oldallal szemközti szöge, ha
$T + \frac{ab}{2} = s(s-c)$?

C.444. Egy szabályos három oldalú gúla alapéle egységnyi, oldallapjai 120°-os szöget zárnak be egymással. Mekkorák a gúla oldalélei?

C.445. A BKV tanuló villamosbérlet ára egy hónapra 465 Ft. A szeptemberben váltható 4 havi kedvezményes bérlet 1700 Ft-ba került. Egy bank a betéteseknek havi 2% kamatot ad. Pisti kedvezményes bérletet váltott. Gyurka havonta megváltja a bérletet úgy, hogy az 1700 Ft-ból fennmaradó összeget a bankban tartja. Jól döntött-e Gyurka?

C.446. Keressük meg az összes olyan pozitív egész számot, amely osztója a tízes számrendszerbeli alakja megfordításával kapható számnak.

C.447. Egy 60°-os szög felezőjén, a szög csúcsától $\frac{1}{2}$ egység távolságra lévő ponton átmenő egyenessel a szögtartományból $\frac{\sqrt{3}}{4}$ területű háromszöget vágtunk le. Milyen messze vannak a szög csúcsától a szelő egyenesnek a szögszárakkal alkotott metszéspontjai?

C.448. Háztetőnk síkjának a lejtése déli irányban 30°-os, nyugat felé 15°-os. Hány fokos szöget zár be a tető vízszintes széle az északi iránnyal?

C.449. Néhány azonos fajtájú szaloncukrot három nem üres halomba osztunk szét úgy, hogy számuk mindegyik halomban más-más legyen. Hány szaloncukrunk van, ha ilymódon éppen eggyel több különböző csoportosítás lehetséges, mint amennyi a szaloncukrok száma?

C.450. Bizonyítsuk be, hogy bármely pozitív egész n-re
$1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + ... + \frac{1}{\sqrt{n}} = 2\sqrt{n} - 1.$

C.451. Egy téglalap alakú papírlap oldalainak aránya $1:\sqrt{2}$. A lapon olyan egyenlő szélességű keretet akarunk kijelölni, amely fele akkora területet határol, mint a papírlap területe. Hányszorosa legyen a keret szélessége a papírlap rövidebb oldalának?

C.452. Két, egyenként V térfogatú gömb egymáshoz képest úgy helyezkedik el, hogy középpontjuk a másik gömb felületén van. Mekkora a két gömb közös részének a térfogata?

C.453. Egy tíztagú társaság az ötös lottón hét szám minden kombinációját megjátszotta egy-egy szelvényen. Sorsoláskor a hét szám közül hármat kihúztak.
a) Az összes (különböző) húzások hány százalékában fordul ez elő?
b) Mennyi haszonra tesznek szert a tagok fejenként, ha a háromtalálatos szelvényekre 7000, a kettesekre 300 forintot fizetnek, és egy lottószelvény ára 60 Ft?

C.454. Határozzuk meg a $9-x^2-2\sqrt{9-x^2}$ kifejezés legkisebb és legnagyobb értékét, ha x egy –3 és 3 közé eső valós szám.

C.455. Egy háromszög csúcspontjai: $A(0; 0)$, $B(4; 1)$, $C(4; 0)$. Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely illeszkedik a $D(0; -1)$ pontra és felezi az ABC háromszög területét.

C.456. Az S_1 síkban fekvő három különböző egyenesről tudjuk, hogy mindegyikük 45°-os szögben hajlik az S_2 síkhoz. Bizonyítsuk be, hogy az egyenesek között van kettő, amelyek párhuzamosak.

C.457. Bizonyítsuk be, hogy ha a és b pozitív számok, akkor $\left(1+\frac{1}{a}\right)\left(1+\frac{1}{b}\right)\geq\frac{8}{1+ab}$.

C.458. Egy téglalapot a címlap ábráján látható módon egymással egybevágó derékszögű háromszögekre osztottunk fel. Felosztható-e így egy négyzet is?

C.459. Szerkesszünk egy adott körbe írható, adott kerületű téglalapot.

C.460. Egy négyoldalú szabályos gúlából azokkal a síkokkal, amelyek az alaplap egy-egy csúcsából kiinduló éleket felezik, négy kis tetraédert metszettünk le. Mekkora a megmaradó test felszíne és térfogata, ha a gúla mindegyik éle egységnyi?

C.461. Mutassuk meg, hogy bármely természetes számot jelentsen is n, a $\frac{21n+4}{14n+3}$ tört sohasem egyszerűsíthető.

C.462. A $K=(x-a)^2+(x-b)^2+(x-c)^2$ kifejezésben adottak az a, b, c valós számok, x tetszőleges valós szám. Mekkora K legkisebb értéke?

C.463. Az ABC derékszögű háromszög AB átfogója egységnyi, A-nál fekvő szöge 30°, súlypontja S. Mekkora részekre osztja a BC befogót a BSC szög szögfelezője?

C.464. Felfelé szélesedő csonkakúp alakú poharunkba háromszor annyi üdítő fér, mint ha magasságának csak feléig töltjük. Mi a nagyobb: a pohár alapkörének átmérője, vagy fedőkörének sugara? (A magasság, átmérő és sugár belső méreteket jelentenek.)

C.465. Egy útelágazásnál lévő tanyán három testvér lakik, akik arról híresek, hogy közülük kettő igazmondó, egyikük pedig szeszélyes. Utóbbi néha igazat mond, máskor viszont nem. Egy eltévedt vándor ennek ismeretében a testvérektől kér útbaigazítást.

Két kérdést tehet fel egy-egy testvérnek, és az ezekre kapott válaszokból kell megállapítania a helyes utat. Segítsünk neki: mi legyen a két kérdés?

C.466. Az $\{a_n\}$ sorozat első eleme $a_1 = 1$, és minden további elemre fennáll, hogy $a_n = a_1 + a_2 + ... + a_{n-1} + n$. Adjunk a_n-re olyan képletet, amellyel a_n meghatározható anélkül, hogy az őt megelőző elemeket ki kellene számítanunk.

C.467. Egy r sugarú körbe n oldalú, középpontosan szimmetrikus sokszöget írunk. Bizonyítsuk be, hogy a sokszög összes oldalainak és átlóinak a négyzetösszege n^2r^2.

C.468. Egyenes hasáb alapja olyan rombusz, amelynek hegyesszöge 60˚. Mekkora szöget zár be az alaplappal egy olyan sík, amelynek a hasáb palástjával alkotott metszete négyzet?

C.469. Egy zeneiskola tanévzáró koncertjén négy hegedűs is szerepelt. Amelyikük éppen nem játszott, a közönség soraiban foglalt helyet. Legalább hány számban léptek fel a hegedűsök, ha mindegyiküknek volt lehetősége bármelyik (hegedűs) társát a nézőtérről figyelni?

C.470. Keressük meg mindazokat az (x, y) valós számpárokat, amelyek a következő egyenletrendszert kielégítik (t valós paraméter):

$x^2 + t = 1,$
$(x + y)t = 0,$
$y^2 + t = 1.$

C.471. A síkon két egyenlő hosszúságú szakasz *ßT* alakban helyezkedik el. Van-e olyan síkbeli elforgatás, amely az egyik szakaszt a másikba viszi át?

C.472. Egy gömböt egy síkkal kettészeltünk. Hogyan aránylik egymáshoz a két gömbszelet felszíne, ha ezek együttvéve 25%-kal haladják meg az eredeti gömb felszínét?

C. 473. Előfordulhat-e egy naptári évben, hogy egyetlen vasárnap sem esik hetedikére?

C. 474. Egy gyalogos 3,5 órát gyalogolt. Bármely 1 órás időszak alatt 5 km utat tett meg. Lehet-e az átlagsebessége nagyobb, mint 5 km/óra?

C. 475. Az ABC háromszög CC_1 súlyvonalán vegyük fel azt a P pontot, amelyre $\frac{CP}{PC_1} = \frac{m}{n}$ ($m, n \geq 1$ tetszőleges egész számok). Milyen arányban osztja P az AP, illetve a BP egyenesnek a háromszögbe eső szakaszát?

C. 476. Egy egyenes kúp alapkörének átmérője és alkotója is 20 cm. Legfeljebb milyen hosszú öntapadó csík ragasztható a kúp palástjára gyűrődés, szakadás (vágás) és átfedés nélkül, ha a csík szélessége 2 cm?

C. 477. Egy automatába kétféle korongot dobhatunk be, pirosat vagy zöldet. A gép 1 piros korongért 5 zöldet ad és 1 zöldért 5 pirosat. Ha valaki 1 zöld koronggal kezd el játszani, elérheti-e, hogy ugyanannyi zöld korongja legyen, mint piros, ha elég sokáig játszik?

C. 478. Egy számtani sorozat első n elemének összege A, első $2n$ elemének összege B. Fejezzük ki A és B segítségével az első $3n$ elem összegét.

C. 479. Egy trapéz párhuzamos oldalai a és c. Mekkora annak a szakasznak a hossza, amely párhuzamos a trapéz megadott oldalaival, és a trapéz területét felezi?

C. 480. Egy tetraéder két lapja egységnyi oldalú szabályos háromszög, két lapja pedig egyenlő szárú derékszögű háromszög. Mekkora a tetraéder térfogata?

C. 481. Egy kör alakú asztalnál ülő társaság tagjai felállnak. Amikor visszaülnek, azt veszik észre, hogy mindenkinek mások a szomszédai, mint előzőleg. Hány tagú lehet a társaság?

C. 482. Bizonyítsuk be, hogy ha az x, y valós számokra $y^3x + 1 < x + y^3$ teljesül, akkor $x^3y + 1 < y + x^3$.

C. 483. A *Mindent vagy semmit!* műveltségi vetélkedő egyik adásában hangzott el az a kérdés, hogy melyik az a síkidom, amelynek területe az átlók szorzatának a fele. „Deltoid" – volt a hivatalos válasz. Vajon szükséges-e, hogy a keresett síkidom deltoid legyen?

C. 484. Adott egy egyenes körkúp α félnyílásszöge. Hányadrésze a kúpba írható gömb térfogata a kúp térfogatának?

C. 485. Egy 100 sorból és 100 oszlopból álló táblázat első oszlopában csupa 1-es található, k-adik sorában pedig olyan számtani sorozat, amelynek differenciája k. A táblázat bal alsó sarkától jobb felső sarkáig húzódó átlója mentén elhelyezkedő számok közül melyik a legnagyobb?

C. 486. Hányféleképpen fizethető ki 25 forint 1, 2, 5, 10 és 20 forintos érmékből?

C. 487. Bizonyítsuk be, hogy ha $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, akkor $\left(1+\frac{1}{\sin\alpha}\right)\left(1+\frac{1}{\cos\alpha}\right) > 5$.

C. 488. Egy egyenes csonkakúp palástját oldalmagasságának feléig kékre festettük, azon felül pirosra. A kék színű felület kétszer akkora, mint a piros. Hányszorosa az alapkör sugara a fedőkör sugarának?

C. 489. Jóska és Karcsi kirándulásuk során az erdőből egy olyan műútra érnek, amelyen autóbusz közlekedik. Elhatározzák, hogy buszra szállnak. Jóska a következő megállóhoz igyekszik, Karcsi viszont vissza az előző megállóhoz, mivel az szerinte közelebb van. A buszt mindketten éppen elérik. Igaza volt-e Karcsinak, ha ő 6 km/h, Jóska 4 km/h, az autóbusz 60 km/h sebességgel haladt az úton?

C. 490. Bizonyítsuk be, hogy két páratlan négyzetszám különbsége osztható 8-cal.

C. 491. Bizonyítsuk be, hogy bármely háromszögben legfeljebb egy olyan oldal van, amely a hozzá tartozó magasságnál kisebb.

C. 492. Megmértük egy vízszintes terepen álló torony emelkedési szögeit a torony talppontjától 50 m-re és 100 m-re. A mért szögek összege 45°. Milyen magas a torony?

C. 493. Keressük meg azokat a négyzetszámokat, amelyeket 11-gyel maradékosan osztva a hányados prímszám és a maradék 4.

C. 494. 1-től kezdve sorban leírjuk a pozitív egész számokat valamely rögzített n-ig. Alájuk ugyanezeket a számokat írjuk, csak fordított sorrendben. Képezzük az egymás alatt lévő számok különbségének abszolút értékét, majd adjuk össze ezeket. Mi lesz az így kapott összeg?

C. 495. Bizonyítsuk be, hogy ha egy trapéz alapján fekvő szögek nem egyenlők, akkor a kisebbik szög csúcsából kiinduló átló hosszabb, mint a másik átló.

C. 496. Egy szabályos hatszög alapú egyenes hasáb testátlóinak hossza 12 és 13. Mekkora a hasáb térfogata?

C. 497. Van-e olyan *n* pozitív egész szám, amelyre $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$, azaz $n!$ pontosan 100 nullára végződik?

C. 498. Oldjuk meg a következő egyenlőtlenséget: $x^3 + 1 > x^2 + x$.

C. 499. Egy egységnyi sugarú kör körül úgy helyezkedik el *n* darab egyenlő sugarú kör a síkon, hogy mindegyikük kívülről érinti az egységkört és a ,,koszorúban" lévő két szomszédját. Határozzuk meg a körök sugarát *n* függvényében. A sugarakat számítsuk is ki négy tizedesjegy pontossággal az *n* első négy lehetséges értékére.

C. 500. Be lehet-e csúsztatni egy 28 cm széles reklámtasakba két 22 cm széles művészeti albumot és egy 25 cm széles szakácskönyvet, ha mindhárom könyv külön-külön 1,5 cm vastag?

C. 501. Egyik reggel az iskolában a táblára fel voltak írva az egymás után következő egész számok 1-től kezdve egy bizonyos számig. A hetes az egyik számot gondosan letörölte. Az egész ügy feledésbe merült volna, ha valaki nem jegyzi meg, hogy a megmaradt számok számtani közepe $\frac{45}{4}$ volt. Próbáljuk meg kinyomozni, hogy melyik számot törölte le a hetes.

C. 502. Az $x^2 - 2bx + b^2 - c^2 = 0$ egyenlet gyökeit jelölje x_1 és x_2. Mutassuk meg, hogy az $x^2 - 2b(b^2 + 3c^2)x + (b^2 - c^2)^3 = 0$ egyenlet gyökei x_1^3 és x_2^3.

C. 503. Két egyenlő szárú háromszög beírt köre az egyik esetben a szárakat az alaphoz közelebb eső harmadolópontjukban, a másik esetben az alaptól távolabb lévő harmadolópontjukban érinti. Melyik esetben fedi a beírt kör a háromszög területének nagyobb hányadát?

C. 504. Adottak a térben az *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F* pontok. A pontok milyen elhelyezkedése esetén létezik olyan sík, amelytől a pontok egyenlő távolságra vannak, és amely az *A*, *B*, *C* ponthármast elválasztja a *D*, *E*, *F* pontoktól?

C. 505. Egy naptári hetet nevezzünk párosnak vagy páratlannak aszerint, hogy a benne szereplő napok hónapon belüli sorszámainak összege páros, illetve páratlan. Az első januári hétfőtől kezdődő 52 egymás utáni hét közül hány lehet páros?

C. 506. Határozzuk meg mindazokat az *m* és *n* egész számokat, amelyek esetén a következő egyenlet gyökei ugyancsak egész számok:

$$(2m-3)(n-1)x^2 + (2m-3)(n-1)(m-n-4)x - 2(2m-3)(n-1)(m-n-2) - 1 = 0.$$

C. 507. Mi az $y = x^2 + tx + 1$ egyenletű parabolák tengelypontjainak (csúcspontjainak) mértani helye? (*t* valós paraméter.)

C. 508. Egyenes pályán 26 m/s sebességgel haladó vonat ablakából kitekintve a távolban egy henger alakú gabonatárolót látunk. 5 másodperc alatt a tárolóhoz állandóan közeledve távolságunk a tárolótól 100 m-rel csökken, miközben a tároló látszólag 5°-kal elfordul. Mennyi ideig közeledünk még a tárolóhoz?

C. 509. Egy mozgólépcsőn 125 lépcsőfok van. Az egyenletesen felfelé haladó mozgólépcsőn mi is elindulunk felfelé, és 45 lépcsőfok megtétele után felérünk. Legközelebb már 55 lépcsőfokot tudunk ily módon megtenni. (A mozgólépcső sebessége nem változott.) Hányszorosára sikerült sebességünket növelni?

C. 510. Legyen A tízmilliárd jegyű, kilenccel osztható pozitív szám. Az A számjegyeinek összege B, a B számjegyeinek összege C. Mekkora a C számjegyeinek összege?

C. 511. Egy paralelogramma oldalai 4 cm és 7 cm hosszúak; két átlójának hossza között pedig 2 cm a különbség. Mekkorák a paralelogramma átlói?

C. 512. A kör alakú torta negyedrésze (15 cm sugarú negyedkör) még megvolt, amikor elmentek a vendégek. Azután levágtunk a szélső sugarakkal párhuzamosan egy-egy 1,5 cm széles csíkot, és megettük. Hányadrészét fogyasztottuk el a tortadarabnak?

C. 513. Egy 25 méter hosszú feltekercselt vezetéket 2 és 3 méteres darabokra vágunk fel. Hányféleképpen tehetjük ezt meg, ha a különböző méretű darabok sorrendje is számít?

C. 514. Jelölje S_n a $(2^n, 2^{n+1})$ intervallumba eső egész számok összegét. Bizonyítsuk be, hogy S_n minden pozitív egész n szám esetén osztható 3-mal. Milyen pozitív egész n-ekre osztható S_n 9-cel?

C. 515. Egy kockát felosztottunk 27 egybevágó kis kockára. Legfeljebb hány kis kockát döfhet át egy egyenes?

C. 516. Igazoljuk, hogy minden tetraédernek van olyan magassága, amely legalább akkora, mint a tetraéderbe írható gömb átmérőjének kétszerese.

C. 517. Átlagosan hányszor kell egy szabályos dobókockával dobni ahhoz, hogy a kapott számok összege legalább 3 legyen?

C. 518. Oldjuk meg a következő egyenletrendszert:

$x^2 + yz = 0,\ v^2 + yz = 0,\ (x + v)y = 2,\ (x + v)\, z = -2.$

C. 519. Egység sugarú körhöz szerkesszünk olyan négyzetet, amelynek két szomszédos csúcsa a körön van, a másik két csúcsot összekötő oldal pedig érinti a kört. Számítsuk ki a négyzet oldalait!

C. 520. Térbeli derékszögű koordinátarendszerben egy origó középpontú gömb sugara 3 egység. Hány rácspont esik a gömb felületére?

C. 521. 1512 Ft-unk van 2, 5, 10, 20, 50, 100 és 200 Ft-os címletekben. (Mindegyik előfordul.) A pénz 1512-féleképpen osztható el a jobb és a bal zsebünkbe, beleértve azt a két esetet is, amikor valamelyik zsebünk üres. Hány darabot tartalmaz az összeg az egyes címletekből? (Az azonos címletű pénzeket nem különböztetjük meg.)

C. 522. Keressük meg az $y = x^2$ egyenletű parabolának azokat az érintőit, amelyek 45°-os szöget zárnak be a fókuszpontból az érintési pontba húzott szakasszal.

C. 523. Egy R sugarú gömbből levágott gömbszeletet határoló gömbsüveg felszíne a gömbszeletet határoló körlap területének c-szerese ($c > 1$). Mekkora a gömbszelet magassága?

C. 524. Az egyenlő szárú ABC háromszögben $AC = BC$. Adott az AB oldalon egy P pont úgy, hogy $ACP\angle = 30^{\circ}$, valamint a háromszögön kívül egy Q pont úgy, hogy $CPQ\angle = CPA\angle + APQ\angle = 78^{\circ}$. Az ABC és a QPB háromszög szögei fokokban kifejezve egészek. Mekkorák e két háromszög szögei?

C. 525. A „marslakóknál" egy év hossza 687 nap. A hónapok marslakó-emlékezet óta 26 és 29 naposak. A Mindenáron Újítók azt javasolják, hogy térjenek át 27 és 31 napos hónapokra. A Nyírbálók támogatásával ezt el is fogadtatják, akik azt remélik, hogy ilymódon a hónapok számát (és ezáltal a béreket is) csökkenteni lehet. Nyélbeüthető-e Nyírbálóék elképzelése?

C. 526. Hány olyan 9-cel osztható 7-jegyű szám van, amelynek utolsó előtti számjegye 5?

C. 527. Egy trapéz alakú tó párhuzamos partszakaszai 200 m és 100 m hosszúak, a másik két partvonal hajlásszöge ezekhez 90^o és 45^o. A tavat két őr járja körbe azonos irányban és tempóban úgy, hogy a tó kerülete mentén a két körüljárási irányban egyenlő távolságot tartanak egymástól. Mekkora a két őr legnagyobb távolsága légvonalban?

C. 528. Adott a térben három, egy ponton átmenő, egymásra páronként merőleges egyenes. Elhelyezhető-e egy tetszőleges hegyesszögű háromszög úgy, hogy mindegyik egyenesre essen csúcspontja?

C. 529. Melyik az a legkisebb pozitív páratlan szám, amelynek ugyanannyi osztója van, mint a 360-nak?

C. 530. Bizonyítsuk be, hogy egy α szög szinusza és koszinusza akkor és csak akkor racionális egyszerre, ha $tg\frac{\alpha}{2}$ racionális (vagy nem értelmezett).

C. 531. Tekintsük azokat a valódi háromszögeket, amelyek csúcspontjainak koordinátái egy síkbeli derékszögű koordináta-rendszerben a –1, 0, 1 számok közül valók. Milyen távolságra lehet e háromszögek súlypontja az origótól?

C. 532. Az r_1 és r_2 sugarú körök kívülről érintik egymást. Egyik közös külső érintőjüknek az érintési pontok közé eső szakaszát megforgatjuk a körök centrálisa körül. Fejezzük ki a keletkező csonkakúp palástjának területét r_1-gyel és r_2-vel.

C. 533. Hogyan változik két szakasz szorzata, ha az egységet kétszeresére növeljük?

C. 534. Az első 539 pozitív egész szám közül kiválasztunk néhányat úgy, hogy azok összege legalább egyharmada az eredeti számok összegének. Legalább hány számot kell ehhez kiválasztanunk?

C. 535. Hány olyan pozitív, egymáshoz relatív prím számokból álló (rendezetlen) számpár van, amelyben a számok összege 285?

C. 536. Egy R sugarú gömböt és egy R sugarú, $2R$ magasságú henger palástját egyforma vastagságú festékréteggel vonunk be. Melyikhez kell több festék?

C. 537. Dolgozatírás közben Sanyi az órájára pillantva megállapította, hogy a dolgozatírás idejéből ötször annyi telt el, mint amennyi még hátra van. M perc múlva ez az arány már 8. Mennyi az arány újabb M perc elteltével?

C. 538. Milyen p (nem feltétlenül pozitív) prímek esetén lesz a $2p + 1$, $4p + 1$, $6p + 1$ kifejezések értéke is prím?

C. 539. Igazoljuk, hogy bármely hegyesszögű, egyenlő szárú háromszögben $AM = \frac{a}{tg\alpha}$, ahol szokásos módon a az alapot, A és α az alappal szemközti csúcsot, illetve szöget, M pedig a magasságpontot jelöli.

C. 540. Vízszintes síkból kiemelkedik (az autósok bosszantására) egy 10 cm sugarú félgömb. A síkon gurul egy henger, amely palástjával a félgömbnek ütközik. Jelölje α a két test érintési pontjára illeszkedő közös érintősíknak a vízszintessel bezárt szögét. Legalább mekkora a henger sugara, ha $\alpha \leq 30^o$?

C. 541. Egy hatoldalas házi dolgozatban négy ábrát kell elhelyeznünk. Az ábrák sorrendje meghatározott és egy oldalon legfeljebb két ábra lehet. Hányféleképpen tehető ez meg? (Az ábrák egy-egy oldalon belüli helyzetére nem vagyunk tekintettel.)

C. 542. Milyen pozitív egész n-ekre teljesül az

$(n - 2)(2 + 2^2 + ... + 2^n) < n \cdot 2^n$

egyenlőtlenség?

C. 543. Szerkesszünk háromszöget, ha adott egy szöge és két magassága.

C. 544. „Szerkezetkész" egységkockánknak van alap-és fedőlapja, továbbá oldalélei. A fedőlapot az alaplaphoz képest α hegyesszöggel elcsavarjuk a két lap középpontját összekötő egyenes mint tengely körül. Mennyivel kerül közelebb a fedőlap az alaplaphoz, ha az oldalélek hossza nem változik és a csúcsok összeköttetése is megmarad?

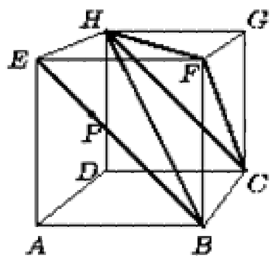
C. 545. Egy teli tubusban 75 *ml* fogkrém van. Hány méter fogkrémet lehetne belőle kinyomni, ha tudjuk, hogy a kinyomott fogkrém keresztmetszetének átmérője 6 mm?

C. 546. Valaki leírta az egész számokat egymás mellé 1-től 1999-ig. Milyen számjegy áll az 1999-edik helyen?

C. 547. Egy óra nagy-, kis-és másodpercmutatója közös tengelyen van. 12 órakor fedik egymást. Legközelebb mikor lesz fedésben a három mutató?

C. 548. Az $y(x^2 + y^2) - x(x^2 + y^2) - y + x = 0$ egyenlettel adott ponthalmaz melyik pontja van legközelebb a $P(3;4)$ ponthoz?

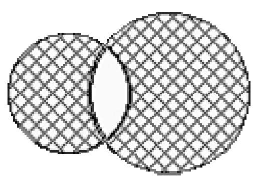
C. 549. Az egységnyi élű *ABCDEFGH* kocka *BE* lapátlójának *E*-hez közelebbi harmadolópontja milyen távol van a *CFH* háromszög síkjától (lásd az ábrát)?



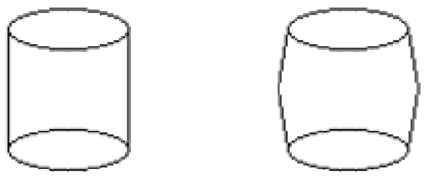
C. 550. Egy horgász a napi zsákmánya össztömegének 35%-át kitevő három legnagyobb halat a mélyhűtőbe tette. A három legkisebb halat, amelyek együttesen a megmaradt rész 5/13-át tették ki, elvitte a macska, a többit pedig megfőzték ebédre. Hány halat fogott a horgász?

C. 551. Határozzuk meg az $x^2 + y^2 = x$, $2xy = y$ egyenletrendszer összes megoldását.

C. 552. Az ábrán látható két kör középpontja 5 cm-re van egymástól, sugaraik hossza 3 cm és 4 cm. Mekkora a két satírozott terület különbsége?



C. 553. Egy 20 cm magas, 10 cm átmérőjű henger "meghízott". Magassága és alapjai nem változtak, alkotója viszont 1 *mm*-rel megnyúlt, és így két egybevágó csonkakúppá formálódott. Hány százalékkal nőtt a henger térfogata?



C. 554. Mutassuk meg, hogy van olyan a szám, hogy $\log_2 x + \log_3 x = \log_a x$ teljesül minden pozitív x-re.

C.555. Melyik az a legkisebb egész szám, amelyik kétféleképpen is felírható két különböző pozitív négyzetszám összegeként?

C.556. Egy öt fordulóból álló futóverseny sorozaton 50 induló vett részt. Bandi minden egyes fordulóban a 10. helyen végzett. A verseny végeredményét az egyes fordulóban elért időeredmények összeadásával határozzák meg. Előfordulhatott-e, hogy az összetett versenyben Bandi

a) az első
b) az utolsó helyen végzett?

C.557. Igazoljuk, hogy nem létezik olyan egymást követő, pozitív páratlan számokból álló legalább két elemű számsorozat, amelynek összege prímszám.

C.558. Hány különböző rácsnégyzet jelölhető ki az nxn-es négyzetrácson úgy, hogy oldalai párhuzamosak legyenek a négyzetrács oldalaival?

C.559. Egy gúlába (csúcsával lefelé tartva) vizet töltünk, így a víz 10 cm magasan áll benne. Nyílását lezárva alaplapjára állítjuk a gúlát, így most 2 cm magasan áll a víz. Milyen magas a gúla?

C. 560. Egy cipó 25%-kal kisebb tömegű, mint egy fehér kenyér, ráadásul 20%-kal drágább. Igaz viszont, hogy a cipó az utolsó morzsáig elfogy, míg a kenyér 15%-a mindig ránkszárad. Ugyanakkora fogyasztást feltételezve hány százalékkal költünk többet, ha cipót veszünk, mint ha kenyeret?

C. 561. Keressük meg azokat a p prímeket, amelyekre a $p^2 + 11$ számnak pontosan 6 pozitív osztója van.

C. 562. Keressük meg azt a pozitív egész n számot, amelyre

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}=100\,.$$

C. 563. Egy O középpontú, r sugarú körben az átmérőnél kisebb húr legyen AB, az AO és BO sugarak által meghatározott kisebb körcikkbe beírt kör sugara pedig ρ. Adjuk meg AB-t r és ρ segítségével.

C. 564. Egy téglatest oldalélei 26, 20 és 8 egység hosszúak. A 26x8-as lapok fölé építsünk olyan egyenes sátortetőket, amelyek ,,ferde" éleinek hossza 13, ,,vízszintes" éle pedig 20 egység. Mekkora a téglatest azon részének térfogata, amelyet úgy kapunk, hogy eltávolítjuk a téglából a sátortetőknek a téglatesthez illeszkedő lapjukra vonatkozó tükörképeit?

C. 565. Egy tálba egymás után felütünk tíz darab tojást. A tojások közül kettő romlott, de ez csak a feltöréskor derül ki. A záptojások az összes előttük feltört tojást használhatatlanná teszik. A tálat ilyenkor kimossuk és a megmaradt tojásokkal folytatjuk az eljárást. A jó tojásoknak átlagosan hányadrésze megy ilymódon veszendőbe?

C. 566. Oldjuk meg a következő egyenletet: $(x-2)^2+\left(|x-1|+|x-3|-\frac{15}{4}\right)^2=\frac{65}{16}$.

C. 567. Egy téglatest minden élének mérőszáma egész. A téglatest térfogatának, fél felszínének és az egyik csúcsba befutó élek hosszának mérőszámait összeadva 2000-et kapunk. Mekkorák a téglatest élei?

C. 568. Az ötös lottó sorsolásnak hány olyan különböző kimenetele lehetséges, amelynél a nyerő számok a) számtani b) mértani sorozatot alkotnak?

C. 569. Az $y = x^2$ parabolához az $y = x$ egyenletű egyenes mely pontjából húzható két, egymásra merőleges érintő?

C. 570. Határozzuk meg azokat a háromjegyű prímszámokat, amelyekben a számjegyek szorzata 189.

C. 571. Egy kertben álló négyzet alapú kutyaház oldala 1,2 m hosszú. Az egyik sarkától 30 cm-re, a bejáratával azonos oldalon a kutyaház külső falához kötötték ki a kutyát egy 3 méteres lánccal. Mekkora területen mozoghat a kutya?

C. 572. A 6 cm sugarú körbe írt szabályos hatszög és beírt négyzet egy-egy oldala párhuzamos. Számítsuk ki a kör azon részének területét, amely a hatszög és a négyzet párhuzamos oldala között van és nem tartalmazza a kör középpontját.

C. 573. Határozzuk meg mindazokat az n pozitív egész számokat, amelyekre

$1^2 + 2^2 + ... + n^2 = 1 + 2 + ... + (2n - 1) + 2n$.

C. 574. Milyen összefüggésnek kell fennállnia egy téglatest élei között ahhoz, hogy kettévágható legyen két egybevágó, az eredetihez hasonló téglatestre?

C.575. "Nos, hát mondja meg nekem, hogy ha Pozsonyból Brassóba mindennap két postakocsi közlekednék, Brassóból Pozsonyba pedig ugyanannyi, ha mármost föltesszük, hogy az út tíz napig tart, mennyi kocsival találkozik ön útközben, míg Pozsonyból egy postakocsin ülve Brassóba ér?"

C.576. Adjuk meg azt a legkisebb pozitív egész számot, amellyel az 1999-et megszorozva a kapott szám utolsó 4 jegye 2001.

C.577. Egy fiók mélyén három pár zokni van, amelyek kissé különböznek egymástól. A fiókból egyesével kihalászva a zoknikat, mennyi annak a valószínűsége, hogy három húzás után még nem lesz a kivett zoknik között összetartozó pár?

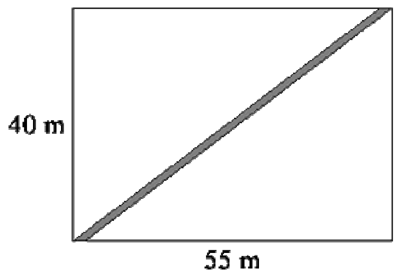
C.578. Egy háromszög csúcsainak koordinátái: $A(2; -1)$, $B(3; 1)$, $C(2^{1999}; 2^{2000})$. Számítsuk ki az ABC háromszög területét.

C.579. Egy körlapot két sugara mentén két darabra vágunk. A kapott körcikkekből kúp alakú tölcséreket formálunk. Akkor lesz-e legnagyobb a tölcsérek össztérfogata, ha félkörökből indulunk ki?

C. 580. Kati dolgozatot írt matematikából, majd még egy javító dolgozatot is írt. A tanár a két jegy helyett azok átlagát írta be az osztályozó füzetébe. Bizonyítsuk be, hogy Kati akkor jár jobban ezzel, ha a többi matematika jegyeinek átlaga nagyobb a két dolgozatjegy átlagánál.

C. 581. Négy jármű egyszerre indul el *A*-ból, és egymást követően egyenlő időközönként érkezik meg *B*-be. A leggyorsabb és a leglassúbb jármű sebessége v_1, ill. v_4. Mekkora a másik két jármű sebessége?

C. 582. Az ábrán látható sáv szélessége 1 m. Mekkora a területe?



C. 583. Egy gúla alapja egység oldalú négyzet. Egyik oldaléle szintén egységnyi hosszú és egybeesik a gúla magasságával. Mekkora a legnagyobb lapszöge?

C. 584. Egy körnek a területét vagy a kerületét tudjuk jobban (kisebb relatív hibával) közelíteni a körbe írt szabályos *n*-szög segítségével?

C. 585. Bizonyos magnókazettákban 0,0075 mm vastagságú szalag tekeredik a 11 mm átmérőjű orsókra. Az orsók középpontjainak távolsága 42 mm. Legfeljebb hány méter szalag lehet egy használható magnókazettában? (A tele orsóról a szalagnak akadálytalanul át kell jutnia az üres orsóra.)

C. 586. Legfeljebb hány oldalú az a konvex sokszög, amelynek nincs két szomszédos tompaszöge?

C. 587. Legyen *n* pozitív egész. Az *x*-tengely *n* abszcisszájú pontját összekötjük az *y*-tengely $n-1$ és $n+1$ ordinátájú pontjaival, továbbá az *y*-tengely *n* ordinátájú pontját összekötjük az *x*-tengely $n-1$, illetve $n+1$ abszcisszájú pontjaival. Mekkora területű négyszöget zár közre ez a négy szakasz?

C. 588. Írjuk fel az $f:(-\infty, -2)\to \mathbf{R}$, $x \mapsto 2x^2 + 8x + 7$ függvény inverzét.

C. 589. Egy V keresztmetszetű vízlevezető árokban elakadt egy egyenes bot. A bot két vége az árok két különböző oldalához ér hozzá, és a két oldal síkjával azonos nagyságú szöget zár be. Mutassuk meg, hogy ekkor a bot két vége egyenlő távolságra van az árok aljától.

C. 590. Ismeretes, hogy a Föld felszínén a szabadon eső test $s \approx 4{,}903t^2$ méter utat tesz meg *t* másodperc alatt. Hogyan módosul a képlet, ha a távolságot lábban, az időt pedig percben mérjük?

C. 591. Arnold gondolt 5 számot és Bendegúznak megmondta valamennyi összeget, amelyeket két-két szám összeadásával kapott. Ezek a következők: 6, 7, 8, 8, 9, 9, 10, 10, 11, 12. Milyen számokra gondolt Arnold?

C. 592. Mennyi az ötjegyű palindrom számok átlaga? (Egy egész szám palindrom, ha visszafelé olvasva önmagát kapjuk.)

C. 593. Péter a bélyeggyűjteményéből az 1, 2, 3, ..., 37 forintos bélyegek mindegyikéből kivett egy-egy darabot. Szeretné ezeket úgy csoportosítani, hogy mindegyik csoportban ugyanannyi legyen a bélyegek névértékének összege. Hányféleképpen teheti ezt meg?

C. 594. Egy húrtrapéz alapja a, másik három oldalának összege d. Mekkorák az oldalak, ha a trapéz területe maximális?

C. 595. Melyek azok a háromjegyű számok, amelyek egyenlők a számjegyeik faktoriálisainak összegével?

C. 596. Oldjuk meg a valós számok halmazán az $\left[\frac{1}{1-x}\right]=\left[\frac{1}{1{,}5-x}\right]$ egyenletet. ([a], az a egész része az a-nál nem nagyobb egészek legnagyobbika.)

C. 597. Bizonyítsuk be, hogy egy derékszögű háromszögben a beírt és körülírt kör középpontjának távolsága a körülírt kör sugarának legalább a $\left(\sqrt{2}-1\right)$-szerese.

C. 598. Van-e 2000 olyan pozitív egész szám, hogy egyikük sem osztható semelyik másikkal, de bármelyikük négyzete osztható az összes többi számmal?

C. 599. Egy egyenes kúp alapkörének sugara R, magassága egységnyi. A kúpot az alapjától h távolságra elmetsszük az alapjával párhuzamos síkkal. A levágott kúpot tükrözzük a metsző síkra, majd a csonkakúpból a közös részt eltávolítjuk. Mekkora az így kapott test térfogata?

C. 600. Személygépkocsival utazunk Budapestről Kassa felé állandó sebességgel. Meglátunk egy kilométert jelző táblát, amin egy kétjegyű szám van. Fél óra múlva olyan táblához érünk, amelyen az előbbi számjegyek állnak fordított sorrendben. Újabb 30 perc múlva olyan táblához érünk, amelyen a két eddigi számjegyen kívül még egy 0 is van. Mekkora sebességgel haladunk?

C. 601. Oldjuk meg a következő egyenletet: $x^2+x+\sqrt{x^2+x+7}=5$.

C. 602. Legkevesebb hány egységkockából lehet összerakni egy nagy kockát úgy, hogy belül legyen a kis kockáknak több, mint a fele?

C. 603. Határozzuk meg az $f(x) = (x^2 + x + 1)/(x^2 + 1)$ függvény értékkészletét.

C. 604. Az ABC háromszög beírt körének középpontja O, területe pedig t. Mutassuk meg, hogy

$2t = AO^2\sin\alpha + BO^2\sin\beta + CO^2\sin\gamma$.

C. 605. Oldjuk meg az alábbi egyenletet:

$\frac{1}{[x]}+\frac{1}{\{x\}}=x$. ([$x$] az x szám egész részét és $\{x\}$ a tört részét jelöli.)

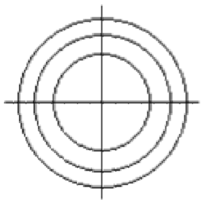
C. 606. Az udvaron egy téglalap alakú részt egyforma négyzetlapokkal lebetonoztak. Pontosan 20 sort raktak le, s minden sorban 35 lap van. Egy csiga elindul a téglalap egyik csúcsából az átló mentén. Hány négyzetlap belsején halad át, mire a szemközti csúcsba ér?

C. 607. Egy 12 cm oldalú négyzetet a P pont körül 90°-kal elforgatunk. A két négyzet együttesen 211 cm^2 területet fed le. Az elforgatott négyzetet a P körül ismét elforgatjuk 90°-kal, így egy harmadik négyzetet kapunk. A három négyzet által lefedett terület 287 cm^2. Határozzuk meg a P pont helyzetét.

C. 608. Mekkora annak a valószínűsége, hogy egy KENO sorsolás alkalmával az 1-től 80-ig terjedő egész számok közül kisorsolt 20 szám egyikében sem fordul elő a 8-as számjegy?

C. 609. Bizonyítsuk be, hogy a $3x - 4y + 4 = 0$ egyenletű egyenes a sík bármely rácspontjától racionális távolságra van.

C. 610. Az ábrán látható céltábla három koncentrikus körből és két egymásra merőleges egyenesből áll, amelyek átmennek a körök középpontján. Az így keletkezett 12 rész területe egyenlő. Adjuk meg a három kör sugarának arányát.



C. 611. Határozzuk meg az a, b, c, d, e számjegyeket úgy, hogy a velük felírt két ötjegyű számra teljesüljön az $\overline{abcde} \cdot 9 = \overline{edcba}$ egyenlőség.

C. 612. Az ABC háromszög C csúcsánál derékszög van. Jelölje D a C csúcsból az AB átfogóra bocsátott magasság talppontját. A D-ből a befogókra bocsátott merőlegesek talppontja legyen P és Q. Bizonyítsuk be, hogy a DP és a DQ szakaszok összege legfeljebb akkora, mint a befogók hosszainak harmonikus közepe.

(Az a és b számok harmonikus közepe a reciprokaik átlagának reciproka, azaz $\frac{2ab}{a+b}$.

C. 613. Messe az ABC háromszög BC oldalával párhuzamos egyenes az AB oldal egyenesét a D, az AC oldal egyenesét az E pontban. Legyen M a BC oldal tetszőleges belső pontja. Mekkora az $ADME$ négyszög területe, ha az ABC háromszög területe T, és az ADE háromszög területe t?

C. 614. Az m valós paraméter mely értékeire nincs megoldása az

$m\sin^2 x + (m - 1)\sin x + m - 2 = 0$

egyenletnek?

C. 615. Egy háromtételes zenemű lejátszása 60 percig tart. Egyik tétel sem hosszabb, mint a másik két tétel együttvéve. Bármelyik két tétel hossza között legalább 3 perc különbség van. Milyen határok között változhat a legrövidebb tétel időtartama?

C. 616. Lehetséges-e, hogy egy nyolctagú társaságban az ismeretségek száma rendre

a) 1, 3, 3, 4, 5, 6, 6, 6;

b) 1, 3, 3, 4, 5, 6, 6, 7?

C. 617. Az ABC egyenlő szárú háromszögben az AB alap felezőpontja D, a D-ből CB-re állított merőleges talppontja P, a DP szakasz felezőpontja F. Fejezzük ki az $AFPC$ négyszög területét a CF és az AP segítségével.

C. 618. Egy $ABCD$ téglalap hosszabbik oldala AB, P az AB szakasz, Q a CD szakasz belső pontja. Igazoljuk, hogy P-nek és Q-nak pontosan egy olyan helyzete van, amelyben $APCQ$ rombusz. Mutassuk meg, hogy a téglalap oldalainak arányát változtatva a rombusz és a téglalap területének aránya 1/2 és 1 között bármilyen értéket felvehet.

C. 619. 1-től 100 000-ig hány olyan n egész szám van, amelyre $n^3 + 23n$ többszöröse a 24-nek?

C. 620. Egy trapézt *szimmetrikus trapéznak* nevezünk, ha alapjainak felező merőlegese egybeesik. Igaz-e, hogy ha egy trapéz szimmetrikus, akkor szimmetrikus trapéz?

C. 621. Egy sütödében, ahol mazsolás kalácsot is készítenek, a pék azt szeretné, ha a kalácsok bármely 4 dkg-os szeletében legalább 0,99 valószínűséggel lenne mazsola. 1 kg kalács elkészítéséhez hány szem mazsolát keverjen a tésztához?

C. 622. Adjuk meg az összes olyan 7-tel osztható $\overline{ABCCBA}$ alakú hatjegyű számot, amelyre $\overline{ABC}$ is 7-tel osztható. (*A*, *B*, *C* különböző számjegyeket jelölnek.)

C. 623. Oldjuk meg a következő egyenletrendszert:

$a^2b^2 - a^2 - ab + 1 = 0$

$a^2c - ab - a - c = 0$

$abc = -1.$

C. 624. Belefér-e százezer darab 4 cm átmérőjű szabványos pingponglabda egy 200x164x146 cm méretű ládába?

C. 625. A McDonald's éttermekben 6-os, 9-es vagy 20-as csomagolásban rendelhetünk Chicken McNuggets-et. (Így például kérhetünk 21 darabot, mert 21 = 6 + 6 + 9, de semmilyen módon nem kaphatunk 19 darabot.) Melyik az a legnagyobb darabszám, amit nem tudunk rendelni?

C. 626. Az 5 egység sugarú körlapot vágjuk szét két húrral három egyenlő területű részre. Milyen hosszúak ezek a húrok?

C. 627. Oldjuk meg a következő egyenletrendszert:

$a + b = c + d,$

$a^3 + b^3 = c^3 + d^3.$

C. 628. Egy tetraéder alakú kartondobozt felvágunk az egyik csúcsából induló három éle mentén, majd az ,,elváló" lapokat leterítjük a fenti csúccsal szemközti lap síkjába. Így egy 30 cm oldalú négyzetet kapunk. Mekkora a tetraéder térfogata?

C. 629. Igazoljuk, hogy ha tizenhárom egész szám összege osztható 6-tal, akkor a tizenhárom szám tizenharmadik hatványának összege is osztható 6-tal.

C. 630. Egy négyjegyű szám első két számjegyének összege egyenlő az utolsó két számjegy összegével. Az első és az utolsó számjegy összege a harmadik számjegyet adja. A második és negyedik számjegy összege az első és a harmadik összegének kétszerese. Melyik ez a négyjegyű szám?

C. 631. Az $y = |x - 1| + |x + 1|$ függvény grafikonja és az $y = c$ egyenletű egyenes által közrezárt síkidom területe 30. Mekkora a c állandó értéke?

C. 632. A 3, 15, 24, 48, ... sorozat a 3 azon többszöröseiből áll, amelyek 1-gyel kisebbek egy négyzetszámnál. Mennyi a maradék, ha a sorozat 2001-edik tagját elosztjuk 1000-rel?

C. 633. Egy tetraéder lapjainak területe egyenlő, továbbá a háromszög lapok beírható köreinek sugarai is egyenlőek. Mutassuk meg, hogy a tetraéder lapjai egybevágóak.

C. 634. Csonkakúp alakú, felfelé szélesedő 1 literes háztartási mérőedényen a 1/2 liter jele az edény magasságának 2/3 részénél található. Mekkora az alapkör és a fedőkör átmérőjének aránya?

C. 635. Számtanórán megkérdezték a gyerekeket, hogy hány lába van összesen egy tyúknak, hat kutyának és hét palpigradinak (a palpigradi egy állat latin neve). Aladár szerint 46, Benő szerint 52, Cecília szerint 66, Dóra szerint 78, Eufrozina szerint pedig 82. Melyiküknek van igaza?

C. 636. Ábrázoljuk a derékszögű koordinátarendszerben azokat a pontokat, amelyek koordinátáira

$-2 \le x \le 2$, $-3 \le y \le 3$, $\{x\} \le \{y\}$.

(A $\{z\}$ a z szám törtrészét jelöli.)

C. 637. Melyik az a pozitív egész szám, amely a tízes és a nyolcas számrendszerben is háromjegyű, továbbá számjegyeinek összege mindkét esetben tizennégy?

C. 638. Hány olyan négyzetes oszlop van, amelyben az élek cm-ben mért mérőszáma egész szám, és a felszín mérőszáma cm^2-ben megadva annyi, mint a térfogat mérőszáma cm^3-ben megadva?

C. 639. Hány olyan pozitív egész számokból álló (a; b) számpár van, amelyre

$1 \le a \le 2001$, $1 \le b \le 2001$,

és az a és b számok legkisebb közös többszöröse 2001?

C. 640. A Gergely naptár szerint 400 egymást követő év során összesen 97 szökőnapot kell beiktatni. Hány év elteltével lesz 1 nap eltérés a Gergely naptár és a ,,pontos" naptár között, ha egy év hossza 365 nap 5 óra 48 perc 46 másodperc?

C. 641. Egy téglalap alakú papírlapot az átlója mentén összehajtunk. A dupla rétegen túlnyúló részeket levágva, a megmaradt papír széthajtás után rombusz alakú lesz. Ezt most a középvonala mentén hajtjuk össze, és a papírt az előbbihez hasonlóan megint körbenyírjuk. Milyen téglalapból induljunk ki, hogy a végül megmaradt papír széthajtás után szabályos hatszög alakú legyen?

C. 642. Egy természetes szám négyzetének utolsó két jegyét felcserélve az eggyel nagyobb szám négyzetét kapjuk. Határozzuk meg az összes ilyen számot.

C. 643. Az ABC háromszög területe t, kerülete k, a körülírt kör sugara R. Bizonyítsuk be, hogy

$$4tR \le \left(\frac{k}{3}\right)^2.$$

C. 644. Egy háromszög szögei α, β és γ. Bizonyítsuk be, hogy:

$$\frac{\cos\alpha}{\sin\beta\sin\gamma} + \frac{\cos\beta}{\sin\alpha\sin\gamma} + \frac{\cos\gamma}{\sin\alpha\sin\beta} = 2.$$

C. 645. Ketten a következő játékot játsszák. Egy kupacból, amelyben kezdetben 7 szál gyufa van, felváltva vesznek el minden lépésben egy, két vagy három szál gyufát, amíg mind el nem fogy. Az nyer, akinél a végén páros számú gyufa van.

A kezdőnek, vagy ellenfelének van-e nyerő stratégiája? Hogyan kell játszania, hogy nyerjen?

C. 646. A természetes számok sorozatából elhagyjuk a négyzetszámokat. A megmaradó számok sorozatában melyik a 2001-edik, és hányadik helyen áll a 2001?

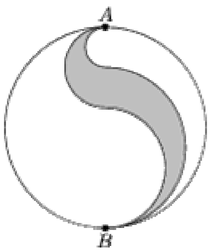
C. 647. Megrajzoltuk a koordinátarendszerben az $f(x)=\frac{1}{x}$ függvény grafikonját. Mekkorának válasszuk az új, egymással továbbra is egyenlő egységeket a tengelyeken, ha azt akarjuk, hogy a görbe a $g(x)=\frac{2}{x}$ függvény grafikonja legyen?

C. 648. Mennyi a $2^{\log_6 18} \cdot 3^{\log_6 3}$ pontos értéke?

C. 649. Egy csonkagúla alaplapjának a területe 8 cm^2, fedőlapjának a területe 1 cm^2. A gúlát az alaplappal párhuzamos síkkal két egyenlő térfogatú részre osztjuk. Mekkora a síkmetszet területe?

C. 650. Egy képkereskedésben a képek keretének ára egyenesen arányos a bennük lévő festmények értékével. A kereskedő annak érdekében, hogy bizonyos képek ára közötti különbséget csökkentse, felcserél egymással két-két keretet. Az egyik esetben az a kép, amely ötször annyiba került, mint a másik, kereteik felcserélése után már csak háromszor annyiba kerül. Hogyan módosul a ,,Téli táj" és a ,,Falu rossza" c. képek árainak aránya, ha kereteik felcserélése előtt a ,,Téli táj" kilencszer annyiba került, mint a ,,Falu rossza"?

C. 651. Az ábrán látható egységnyi területű körben a szürke tartományt félkörívek határolják. Az *AB* átmérőnek 1/5 egységnyi része esik a satírozott tartomány belsejébe. Mekkora a satírozott tartomány kerülete és a területe?



C. 652. Legyen *s* páratlan sok jegyű pozitív egész szám. Jelölje *f* azt a számot, amely *s* számjegyeiből áll, csak fordított sorrendben. Bizonyítsuk be, hogy *s* + *f* pontosan akkor osztható 11-gyel, ha *s* is osztható 11-gyel.

C. 653. A *p* paraméter hány különböző értékére van az

$x^2 - y^2 = 0$

$xy + px - py = p^2$

egyenletrendszernek pontosan egy megoldása?

C. 654. f_a, f_b és f_c jelölik egy *a, b, c* oldalú, *T* területű háromszög belső szögfelezőinek a hosszát. Igazoljuk, hogy $\frac{f_a \cdot f_b \cdot f_c}{abc} = 4T \cdot \frac{a+b+c}{(a+b)(b+c)(a+c)}$.

C. 655. Barabás nagymamája egy ideje minden lottósorsoláskor félretesz perselyébe némi aprópénzt unokájának. A nagyi rendkívül precíz hölgy, és az alábbi szabályokat mindig betartja:

1) Csak fémpénzt tesz félre.

2) Egy szám kisorsolásakor a számnak megfelelő összeget teszi a perselybe, ügyelve arra, hogy a legkevesebb számú érmét használja fel.

3) A sorsolás végeztével mindig felírja, hogy melyik érméből mennyit dobott a perselybe.

Az egyik sorsolás után, ahol 7 számot sorsoltak az első 35 pozitív egész közül, nagyi azt jegyezte fel, hogy 3 db 20, 6 db 10, 5 db 5, 9 db 2 és 3 db 1 forintos érmét dobott a perselybe. Mik voltak a kisorsolt számok?

C. 656. Egy 21 250 Ft-os kabát árát leszállították egy engedményes vásár alkalmából. Majd a karácsonyi vásárban akciós áron még olcsóbb, 19 176 Ft lett. Hány százalékosak az engedmények, ha tudjuk, hogy mindkettő egyjegyű szám?

C. 657. Egy kúp és egy henger magassága is és térfogata is egyenlő. Mekkora a kúp nyílásszöge, ha a két test palástjának felszíne is megegyezik?

C. 658. Oldjuk meg az $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{z}$; $\frac{1}{x+15}+\frac{1}{y-6}=\frac{1}{z}$; $\frac{1}{x+24}+\frac{1}{y-15}=\frac{1}{z}$ egyenletrendszert.

C. 659. A $0 \le t \le \pi$ valós paraméter mely értékei esetén nincs megoldása a $\sin(x + t) = 1 - \sin x$ egyenletnek?

C. 660. Hányféleképpen lehet a 8x8-as sakktábla mezői közül két különbözőt kiválasztani úgy, hogy a középpontjukat összekötő szakasz felezőpontja is egy mező középpontjába essen?

C. 661. Mi a feltétele annak, hogy egy 9-re és egy 7-re végződő egész szám szorzata 63-ra végződjön?

C. 662. Egy téglatest térfogata 8 cm^3. Ha a téglatest minden élét 1 centiméterrel megnöveljük, akkor egy 27 cm^3 térfogatú téglatestet kapunk. Mekkora térfogatú téglatestet kapunk, ha ismét megnöveljük az éleket 1-1 centiméterrel?

C. 663. Egy hegyesszögű háromszög alakú papírlapnak leszakadt a legnagyobb szöget tartalmazó csúcsa. A papír megmaradt részén szerkesszük meg a háromszög köré írható kör sugarát.

C. 664. Határozzuk meg az $y = x^2 + 1$ és az $x = y^2 + 1$ egyenletű parabolák az $y = x$ egyenletű egyenessel párhuzamos érintőinek távolságát.

C. 665. Mennyi az alábbi tört értéke, ha a számláló és a nevező ugyanannyi számjegyet tartalmaz?

$$\frac{166...6}{66...64}$$

C. 666. Egy egész együtthatós másodfokú polinom minden egész helyen 3-mal osztható értéket vesz fel. Bizonyítsuk be, hogy a polinom mindhárom együtthatója osztható 3-mal.

C. 667. Legyen $a = x+\frac{1}{x}$, $b = y+\frac{1}{y}$, $c = xy+\frac{1}{xy}$.

Mutassuk meg, hogy az $a^2 + b^2 + c^2 - abc$ kifejezés értéke nem függ x-től és y-tól.

C. 668. Adott az ABC egyenlő oldalú háromszög. Hol vannak azok a P pontok a háromszög síkjában, amelyekre $PA^2 = PB^2 + PC^2$?

C. 669. Adott kerületű körcikkek közül melyiknek legnagyobb a területe?

C. 670. Egy 3x3-as táblázatba beírtuk az első kilenc pozitív egész számot, mindegyiket egyszer. Tegyük föl, hogy a három sorban balról jobbra, a három oszlopban fölülről lefelé, illetve a bal fölső csúcsból kiinduló átlón kiolvasható háromjegyű számok mindegyike osztható 11-gyel. Mekkora lehet a jobb fölső sarokból kiinduló átlón kiolvasható háromjegyű szám értéke?

C. 671. Egy 36 cm átmérőjű lábosba beleállítottunk egy 6 cm és egy 12 cm sugarú befőttesüveget. Legfeljebb mekkora sugarú befőttesüveg állítható be a többi mellé a lábosba?

C. 672. Egy téglatest *A* csúcsából kiinduló éleinek hossza 1, 2, 3 egység. Ezen élek *A*-tól különböző végpontjai egy háromszöget határoznak meg. Milyen messze van az *A* pont a háromszög síkjától?

C. 673. A 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számok közül kétszer választunk véletlenszerűen. (Ugyanazt a számot kétszer is kiválaszthatjuk.) Minek nagyobb a valószínűsége: annak, hogy a két szám összege, vagy annak, hogy a különbségük osztható 3-mal?

C. 674. Oldjuk meg az alábbi egyenletet: $\frac{x}{20} = \left(\frac{5}{2}\right)^{\log_x 50}$.

C. 675. Van-e olyan négyzetszám, amelynek utolsó két számjegye páratlan?

C. 676. Az *ABEF* téglalap *AB* oldala 1, *BE* oldala 3 egység. A *BE* oldal harmadolópontjai *C* és *D*. Mutassuk meg, hogy

$BAC\angle + BAD\angle + BAE\angle = 180^{o}$.

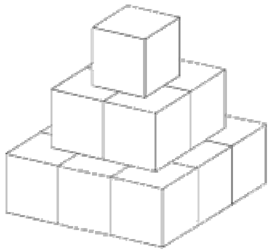
C. 677. Határozzuk meg az *a* és *b* egész számokat, ha $a^4 + (a + b)^4 + b^4$ négyzetszám.

C. 678. Az *ABC* háromszögben $AC = 1$, $ABC\angle = 30°$, $BAC\angle = 60°$, a *C*-ből induló magasság talppontja *D*. Milyen messze van egymástól az *ACD* és a *BCD* háromszögek beírt körének a középpontja?

C. 679. Adott három egységsugarú gömb, melyek páronként érintik egymást és az *S* síkot. Határozzuk meg annak a gömbnek a sugarát, melynek középpontja az *S* síkon van és érinti a gömböket.

C. 680. Egy kilenctagú választó testület három jelölt közül választ. Mindegyikük rangsorolja őket, az elsőnek 3, a másodiknak 2, a harmadiknak pedig 1 pontot ad. Összesítve a jelöltek pontszámát kiderült, hogy a sorrend egyértelmü, hármuk pontszáma különböző. A testület egyik tagja észrevette, hogy ha a választást úgy bonyolították volna le, hogy mind a kilencen csak egy jelöltet választanak ki és annak adnak 1 pontot, akkor a jelöltek sorrendje megfordulna. Hány pontot kaptak eredetileg a jelöltek?

C. 681. Az *ábrán* látható három emeletes ,,piramist" 1 cm^3-es kockákból építettük, felszíne 42 cm^2. Ennek mintájára készítettünk egy nagyobb ,,piramist" is, amelynek 2352 cm^2 a felszíne. Hány emeletes?



C. 682. A 2002-es adóbevallásnál azoknak, akiknek az éves bruttó jövedelme 1 050 000 forintnál több volt, a többlet 40%-án kívül 267 000 forintot kellett adóként befizetni. Mekkora havi bruttó jövedelem esetén lett a jövedelem 30%-a az adó?

C. 683. Az *ABC* egyenlő szárú derékszögü háromszögben $AC = BC$. Az *A* csúcsból induló szögfelező a *BC* befogót a *P* pontban metszi. Igazoljuk, hogy a *PB* szakasz hossza egyenlő az *ABC* háromszög beírt körének átmérőjével.

C. 684. Oldjuk meg az

$x - xy + y = 1$

$x^2 + y^2 = 17$

egyenletrendszert.

C. 685. Hány liter egy 1000 m^2 felszínű, 1000 km magas henger térfogata?

C. 686. Egy unalmas órán Anna azzal múlatja az időt, hogy egész számokat ír egymás alá. Egy adott számból kiindulva a következő sorban vagy az előző szám jegyeinek az összegét, vagy pedig a szorzatukat írja. Ezzel a módszerrel folytatva az eljárást észrevette, hogy minden egyes felírt szám páratlan. Hány olyan legfeljebb hatjegyű kezdőérték van, amelyre teljesül, hogy minden egyes felírt szám páratlan?

C. 687. Egy négyszög csúcspontjainak koordinátái $A(0;0)$, $B(16;0)$, $C(8;8)$, $D(0,8)$. Írjuk fel annak az *AC*-vel párhuzamos egyenesnek az egyenletét, amelyik felezi a négyszög területét.

C. 688. Oldjuk meg az $[x/2] + [x/4] = x$ egyenletet. ($[x]$, az x egész része az x-nél nem nagyobb egészek legnagyobbika.)

C. 689. Oldjuk meg az $x^{\log_2(16x^2)} - 4x^{\log_2(4x)+1} - 16x^{\log_2(4x)+2} + 64x^3 = 0$ egyenletet.

C. 690. Lehet-e három egész élhosszúságú kocka térfogatának az összege 2002 egység?

C. 691. Hány mm^2 Magyarország területe egy 25 cm átmérőjű földgömbön?

C. 692. Az x, y, z valós számokra teljesül, hogy $x + 2y + 4z \geq 3$ és $y - 3x + 2z \geq 5$. Igazoljuk, hogy ekkor $y - x + 2z \geq 3$.

C. 693. Mekkora lehet egy olyan egyenlő szárú háromszög szárszöge, amelynek magasságaiból mint oldalakból háromszög szerkeszthető?

C. 694. Mekkora az $[\log_2 1] + [\log_2 2] + [\log_2 3] + \ldots + [\log_2 2002]$ összeg értéke?

C. 695. Egy hatjegyű számot csökkentünk a számjegyeinek összegével, majd az így kapott számmal ugyanezt folytatjuk. Eljuthatunk-e így a 2002-höz?

C. 696. Oldjuk meg az $|x + 3| + p|x - 2| = 5$ egyenletet, ahol a p valós paraméter.

C. 697. Az $ABCD$ négyszögben $AB = 1$, $BC = 2$, $CD = \sqrt{3}$, $ABC\angle = 120^o$, végül $BCD\angle = 90^o$. Mekkora az AD oldal hosszának pontos értéke?

C. 698. Egy háromszögben az AB oldal hossza 10 cm, az AC oldal hossza 5,1 cm, $CAB\angle = 58^o$. Határozzuk meg a $BCA\angle$-et 1 századfok pontossággal.

C. 699. Mennyi a valószínűsége annak, hogy az 5-ös lottó sorsolásakor legalább egy olyan számot is kihúznak, amely az előző heti nyertes számok között szerepelt?

C. 700. Papírból kivágunk egy négyszög alakú lapot, ráírjuk üdvözlő sorainkat, majd sarkainál behajtjuk úgy, hogy a csúcsok egy közös pontba kerüljenek. Milyen négyszöget vágjunk ki, hogy a behajtott részek hézagmentesen és egymás átfedése nélkül takarják a négyszög többi részét?

C. 701. Mutassuk meg, hogy $1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 1001 + 1002 \cdot 1003 \cdot \ldots \cdot 2002$ osztható 2003-mal.

C. 702. Egy derékszögű háromszög hegyesszögei 60° és 30°. A háromszögbe két egyenlő sugarú kört írunk, amelyek érintik az átfogót, egymást és egy-egy befogót. Hányszorosa a kisebbik befogó a körök sugarának?°

C. 703. A p valós paraméter értékétől függően hány gyöke van a $2x^2 - 10px + 7p - 1 = 0$

egyenletnek a $(-1;1)$ intervallumban?

C. 704. Mely n természetes számokra igaz, hogy $\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \ldots \cdot \log_n(n + 1) = 10$?

C. 705. Egy könyv oldalszámozása az ötödik oldalon kezdődik. Ezen az oldalon az 5-ös szám szerepel. A könyvben még két olyan oldal található, amelyre az első négy oldalhoz hasonlóan nem nyomtatták rá az oldalszámot. A könyvben lévő oldalszámok összege 23 862. Hány oldalas a könyv?

C. 706. Mely a és b természetes számokra teljesülnek a $90 < a + b < 100$ és a $0{,}9a < \frac{a}{b} < 0{,}91$

feltételek?

C. 707. Egy háromszög két oldalával párhuzamosan rajzoljuk meg azokat az egyeneseket, amelyek felezik a háromszög területét. Milyen arányban osztja a háromszög területét a metszéspontjukon keresztül a háromszög harmadik oldalával párhuzamosan húzott egyenes?

C. 708. Egy egyenlő szárú háromszög szögei α, β, γ. Mekkorák ezek a szögek, ha $\sin^2\alpha + \sin^2\beta = \sin\gamma$?

C. 709. A jól gömbölyített dobókocka a kocka éleit érintő gömbnek a kockával alkotott közös része. Mekkora a felszíne egy ilyen dobókockának, ha két szemközti lapjának távolsága 2 cm?

C. 710. Egy iskolában a diákok átlagéletkora 16 év, a tanároké 38 év, az összes diák és tanár átlagéletkora együtt 17 év. A tanárok átlagosan 21 órát tanítanak hetente, a diákoknak pedig hetente átlagosan 29 órájuk van. Minden osztálynak ugyanannyi a létszáma. Hány gyerek jár egy osztályba ebben az iskolában?

C. 711. Egy pozitív számokból álló sorozat bármely három egymás utáni elemére teljesül, hogy a középső szám a két szélsőnek a szorzata. Az első öt elem, valamint az utána következő öt elem szorzata is 2. Határozzuk meg a sorozat első tíz tagját.

C. 712. Az *ABC* háromszögben a szokásos jelölésekkel $\gamma = 3\alpha$, $a = 27$, $c = 48$. Határozzuk meg a *b* oldal hosszát.

C. 713. Hány megoldása van a $[0; 2\pi]$ intervallumban a $\sin 2002x = \sin 2003x$ egyenletnek?

C. 714. Egy tó vizében egy ottfelejtett labda úszott. A téli fagy beköszöntével a tó fenékig befagyott, a labdát kiemelték, és egy 8 cm mély, 24 cm átmérőjű mélyedés maradt a nyomában. Hány centiméter a labda sugara?

C. 715. Útmérő szerkezetünk ,,lelke" egy 1 méter kerületű kerék. Ezt az úton végiggördítve számláló mutatja, hogy a kerék hányszor fordult körbe, vagyis hány méter az út hossza. Mennyit mutat a számláló, ha – nem éppen rendeltetésszerűen használva – az útmérőt egy 100-fokú lépcsősoron toljuk fel? Minden lépcsőfok 20 cm magas és 30 cm hosszú. (A kerék csúszásmentesen gördül.)

C. 716. Adott a *K*, *L* és *M* pont, továbbá az ezekre nem illeszkedő *e* egyenes. Legyen *N* az *e* egyenes tetszőleges pontja. A *KL* felezőpontja *P*, az *MN* felezőpontja *Q*, a *PQ* felezőpontja *R*. Mi az *R* pontok mértani helye?

C. 717. Egy tálcán összesen 58 szelet bejgli van, diós és mákos vegyesen. Három dióst ugyanannyiféleképpen lehet kiválasztani közülük, mint két mákost és egy diót. Hány mákos bejgli van a tálcán?

C. 718. Oldjuk meg a $(9 - 3x)\cdot 3^x - (x - 2)(x^2 - 5x + 6) = 0$ egyenletet a valós számok halmazán.

C. 719. Oldjuk meg az $\frac{1}{\log_{\frac{1}{2}} x} + \frac{1}{\log_{\frac{2}{3}} x} + \dots + \frac{1}{\log_{\frac{9}{10}} x} = 1$ egyenletet a valós számok halmazán.

C. 720. Egy iskolában a tanév során három kirándulást szerveztek. Az első kiránduláson a résztvevő tanulók 75%-a, a másodikon 60%-a volt fiú. A harmadik kirándulásra pontosan azok a tanulók mentek el, akik legalább az egyik kiránduláson részt vettek. Mutassuk meg, hogy a harmadik kiránduláson sem volt kevesebb fiú, mint lány.

C. 721. A 0-tól különböző *a*, *b*, *c* valós számokra kiszámítjuk az $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{c}{|c|} + \frac{abc}{|abc|}$ értéket. Hány különböző eredményt kaphatunk?

C. 722. Tetszőleges *x* valós számra legyen $f(x)$ a $4x + 1$, $x + 2$, $-2x + 4$ értékek minimuma. Mennyi $f(x)$ legnagyobb értéke?

C. 723. Egy első generációs robotmanó csak egyenesen tud haladni. Irányváltoztatáshoz le kell állítani, majd a kívánt irányba fordítva újból elindítani. Egy 1 méter széles körfolyosón, amelynek belső kerülete 30 méter, legalább hányszor kell leállítani a robotot ahhoz, hogy a folyosót körbejárva visszaérjen kiindulási pontjába? (A robotmanó kiterjedése elhanyagolható.)

C. 724. Egy egyenes hasáb alapja derékszögű háromszög. A háromszög egyik befogója akkora, mint a hasáb magassága. Másik befogójának és átfogójának hossza együtt 8 cm. Legfeljebb mekkora lehet a hasáb térfogata?

C. 725. Egy 3*x*3-as táblázat minden mezőjére elhelyeztünk egy 1 forintost írással fölfelé. Legalább hány érmét kell megfordítanunk ahhoz, hogy ne legyen egy egyenesen (sor, oszlop, átló) sem három írás, sem három fej?

C. 726. Van-e olyan szabályos sokszög, amelyben a legrövidebb átló hossza egyenlő a sokszög körülírt körének a sugarával?

C. 727. Péter telefonszáma körzetszám nélkül 312837, Pálé pedig 310650. Ha ugyanazzal a háromjegyű számmal osztjuk el ezeket a telefonszámokat, akkor egyenlő maradékokat kapunk. Ez a maradék városuk körzetszáma. Mennyi ez a maradék?

C. 728. Az *ABCD* konvex négyszög *A* és *B* csúcsánál lévő szögei egyenlők, *C*-nél fekvő szöge derékszög. Az *AD* oldal merőleges a *BD* átlóra. A *BC* oldal hossza megegyezik a *CD* oldaléval. Hányszorosa ez a közös hossz az *AD* oldal hosszának?

C. 729. Oldjuk meg a $2x \lg x + x - 1 = 0$ egyenletet a valós számok halmazán.

C. 730. Hány megoldása van az $\left[\frac{x}{10}\right] = \left[\frac{x}{11}\right] + 1$ egyenletnek az egész számok körében?

C. 731. Az *ABCD* trapéz *AB* alapjára, mint átmérőre írt kör érinti a *CD* alapot és felezi az *AD* és *BC* szárakat. Mekkorák a trapéz szögei?

C. 732. Igazoljuk, hogy tetszőleges *a* és *b* nemnegatív valós számokra fennáll az
$a + b + \frac{1}{2} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ egyenlőtlenség.

C. 733. Egy szabályos háromszög oldalait (azonos körüljárás szerint) felosztottuk *p*:*q* arányban. Az osztópontok összekötésével kapott háromszög területe az eredeti háromszög területének $\frac{19}{64}$-ed része. Mekkora a *p*:*q* arány?

C. 734. Ábrázoljuk a koordinátarendszerben azokat a *P*(*x*; *y*) pontokat, amelyek koordinátáira
$\frac{2+y}{x} < \frac{4-x}{y}$.

C. 735. Az egységnyi oldalú *ABCD* négyzet *AB*, *BC*, *CD*, *DA* oldalán fölvesszük az A_1, B_1, C_1, D_1 pontokat úgy, hogy $AA_1 = BB_1 = CC_1 = DD_1 = \frac{1}{5}$. Mekkora az $A_1B_1C_1D_1$ négyszög területe?

C. 736. Az internetről egy 1,5 MB-os fájlt töltünk le a számítógépünkre. A művelet során a program a letöltés addigi átlagos sebessége alapján folyamatosan megbecsüli a még hátralevő időt.
A képernyőre pillantva azt látjuk, hogy a fájlnak pontosan a felét már letöltötte a program, s ekkor a műveletből hátralevő időt pontosan 2 percre becsüli. Ezután bármely *t* idő elteltével azt tapasztaljuk, hogy (a hálózat leterheltsége miatt) még mindig 2 percet ír ki a program a fájl letöltéséből hátralevő időként. Adjuk meg *t* függvényeként a fájl már letöltött részének méretét.

C. 737. Egy cukorkát gyártó vállalatnál a legújabb terméket téglatest alakú dobozokba kívánják csomagolni, a 10 dobozból összeálló gyűjtőcsomagokat pedig vékony fóliával burkolni.

Az igazgató szerint előnyös lenne, ha a gyűjtőcsomag geometriailag hasonló volna a cukorkás dobozhoz. Megvalósítható-e az elképzelése?

C. 738. Milyen nagy lehet egy háromszög területe, ha egyik oldalának a hossza sem nagyobb 2-nél?

C. 739. Egy ,,csuklós" deltoid oldalai 3 cm és 4 cm hosszúak, szögei változtathatók. Mekkora a konvex deltoid átlóinak hossza, ha a területe fele az elérhető legnagyobb értéknek?

C. 740. Határozzuk meg azokat a pozitív egész számokat, amelyek másfélszer akkorák, mint a számjegyeik szorzata.

C. 741. Szerkesszünk háromszöget, ha adott két oldala, *a* és *b*, továbbá tudjuk, hogy (a szokásos jelölésekkel) $\alpha = 2\beta$.

C. 742. Szeretnénk egy kerítés elkorhadt léceit 2,5 méter hosszú szakaszon 3 cm vastag új lécekre kicserélni. Az egyik fa törzse éppen megfelelő magasságú, és belőle egy 30 cm átmérőjű kör alapú egyenes henger használható fel. A kapott léceket szorosan egymás mellett szeretnénk felállítani úgy, hogy a szélesebb oldaluk nézzen befelé.

Elkészíthető-e a kerítés, ha veszteség nélkül tudjuk méretre szabni a fatörzset?

C. 743. Oldjuk meg az $\log_x\left(2{,}5-\frac{1}{x}\right)>1$ egyenlőtlenséget.

C. 744. Hányféleképpen helyezhető el a 8*x*8-as sakktáblán egy 5 egységnyi oldalú négyzet úgy, hogy minden csúcsa egy-egy mező középpontjába essék? (A tükrözéssel és forgatással egymásba vihető megoldásokat nem tekintjük különbözőknek.)

C. 745. Van-e 2004 olyan pozitív egész szám, amelyek összege egyenlő a szorzatukkal?

C. 746. Az $\overline{ababab}$ alakú hatjegyű számok között hány

a) 217-tel;

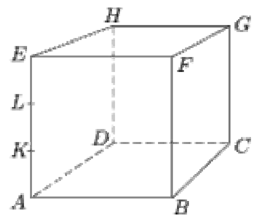
b) 218-cal osztható szám van?

C. 747. Valamely egyenlő szárú háromszög alapja egységnyi, szárainak hossza *b*. Mekkora annak az egyenlő szárú háromszögnek az alapja, amelynek szárszöge egyenlő az előbbi háromszög alapon fekvő szögével és szárai egységnyiek?

C. 748. Oldjuk meg az egész számok halmazán a következő egyenletet:

$$\sin\left(\frac{\pi}{3}\left(x-\sqrt{x^2-3x-12}\right)\right)=0.$$

C. 749. Az *ábrán* látható 6 egység élű kocka *AE* élének harmadolópontjai *K* és *L*. A kockát az *LHG* és a *KFG* síkokkal részekre osztjuk. Mekkora a *B* csúcsot tartalmazó rész térfogata?



C. 750. Egy vonat a menetrend szerint indul ki az állomásról. 8 kilométer megtétele után a mozdonyvezető az órájára néz és látja, hogy az óra-és a percmutató pontosan fedi egymást. Az első 8 kilométeren a vonat 33 kilométeres óránkénti átlagsebességgel haladt. Mikor indult el a vonat az állomásról?

C. 751. Egy deltoid oldalai *a* és *b* ($a \neq b$). A különböző hosszúságú oldalak derékszöget zárnak be. Mekkora annak a körnek a sugara, amely a deltoid mind a négy oldalának meghosszabbítását érinti?

C. 752. Igazoljuk, hogy ha az *a*, *b*, *c* pozitív számok egy mértani sorozat egymást követő elemei, akkor az $a + b + c$, $\sqrt{3(ab+bc+ac)}$ és $\sqrt[3]{27abc}$ is egy mértani sorozat elemei.

C. 753. Másfél literes ásványvizes palackok övszerűen el vannak keskenyítve, hogy jobban meg lehessen őket fogni. A palack normál kerülete 27,5 cm, a derekánál – ami 1 cm magas hengerpalást – csak 21,6 cm. A különböző kerületű hengerpalástokat az öv felett és alatt egyaránt 2 cm magas csonkakúp palástok kötik össze. Mennyivel magasabbak az ilyen palackok, mint az ugyanolyan űrtartalmú és normál kerületű, öv nélküli társaik?

C. 754. Oldjuk meg a $\frac{2003x}{2004} = 2003^{\log_x 2004}$ egyenletet.

C. 755. Hányféleképpen lehet 1000 Ft-ot felváltani kizárólag 1, 2 és 5 Ft-os érmék felhasználásával?

C. 756. Oldjuk meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán: $\frac{|1-x|}{1-|x|} < \frac{1+|x|}{|1+x|}$.

C. 757. n^3 darab egységkockából egy *n* élű nagy kockát állítottunk össze. Van-e olyan *n* érték, melyre a nagy kocka testátlói által metszett kis kockák száma éppen fele a testátlók által nem metszett kis kockák számának?

C. 758. Egy derékszögű háromszög befogóinak hossza 1 és $\sqrt{2}$. A háromszög legkisebb szöge α. Mekkora a $\cos 8\alpha$ pontos értéke?

C. 759. Az $(x; y)$ koordinátasík minden $P(x; y)$ pontjához hozzárendeljük a $P'(x - y; -y)$ pontot. Melyek azok az egyenesek, amelyek ezen transzformáció során önmagukba mennek át?

C. 760. Egy üzletben 1000 forintossal fizettünk. A blokkon a fizetendő és a visszajáró összeg ugyanazokból a számjegyekből állt, csak más sorrendben. Mennyi a számjegyek összege?

C. 761. Egy háromszög két oldalának hossza adott, továbbá tudjuk, hogy az ezekhez tartozó súlyvonalak merőlegesek egymásra. Számítsuk ki a harmadik oldal hosszát.

C. 762. A K_1 kocka körülírt gömbjének a felszíne kétszer akkora, mint a K_2 kocka beírt gömbjének a felszíne. Jelölje V_1 a K_1 kocka beírt gömbjének a térfogatát, V_2 pedig a K_2 kocka körülírt gömbjének a térfogatát. Mekkora a $\frac{V_1}{V_2}$ arány?

C. 763. Egy sarokban lévő állványon három, 30 cm x 40 cm-es polc van, a szomszédosak távolsága egyenlő. Ahol a két fal és a középső polc találkozik, három pók tanyázott. Egyszer egyikük az egyik falon ferdén felmászott a felső polc sarkához, másikuk a másik falon ferdén lemászott az alsó polc sarkához. A harmadik pók a helyén maradt, és megállapította, hogy arról a helyről társai 120°-os szögben látszanak. Mekkora a polcok távolsága? (A szomszédos polcok ugyanakkora távolságra vannak egymástól.)

C. 764. Adott az *s* valós szám. Oldjuk meg a $\log_{\frac{1}{s}} \log_s x > \log_s \log_s x$ egyenlőtlenséget.

C. 765. Egy kihúzható kerek asztal átmérője 1 méter. Kihúzott állapotban az asztallap két félkör alakú része közé egy 1 m *x*0,5 m-es téglalap illeszkedik. Van-e ekkor az asztallapnak két, egymástól 150 cm-nél távolabb lévő pontja?

C. 766. A konyhában lévő falióra naponta 2 másodpercet késik, a szobában lévő antik óra naponta 15 másodpercet siet. Vasárnap délben a falióra 12 óra 1 percet, az antik óra 11 óra 59 percet mutat. Mikor lesz a hét folyamán az órák által mutatott és a valódi idő közötti különbségek négyzetösszege a legkisebb?

C. 767. Határozzuk meg az összes olyan nem negatív *a*, *b, c* számot, amelyre:

$$\sqrt{a-b+c} = \sqrt{a} - \sqrt{b} + \sqrt{c}\ .$$

C. 768. Két egységnyi sugarú kör az *A* és *B* pontokban metszi egymást. Egyik közös érintőjük az *E* és *F* pontokban érinti a köröket. Mekkora lehet annak a körnek a sugara, amelyik áthalad az *E*, *F* és *A* pontokon?

C. 769. Egy 20 cm sugarú henger az *e* egyenes mentén érinti a sík talajt. Az *e* egyenesre merőlegesen egy 50 cm hosszú pálcát támasztunk a hengernek úgy, hogy a pálca talajon lévő végpontja 40 cm-re van az *e* egyenestől. Milyen magasan van a pálca másik végpontja?

C. 770. Egy 35 fős osztály tanulói két csoportba oszthatók: a kockafejűekre és az égimeszelőkre. Az égimeszelők állítják, hogy magasabbak a kockafejűeknél, akik viszont jobb matekosnak tartják magukat. Egyikük egyszer azt kérdezte egy égimeszelőtől: ,,Mit értetek azon, hogy ti magasabbak vagytok nálunk? Talán azt, hogy

1. Minden égimeszelő magasabb valamennyi kockafejűnél?
2. A legmagasabb égimeszelő magasabb a legmagasabb kockafejűnél?
3. Minden égimeszelő magasabb valamelyik kockafejűnél?
4. Minden kockafejű alacsonyabb valamelyik égimeszelőnél?
5. A legalacsonyabb kockafejű alacsonyabb a legalacsonyabb égimeszelőnél?"

A kérdések hallatán az égimeszelő szemmel láthatóan összezsugorodott ... A feladat viszont az, hogy megállapítsuk, milyen viszonyban állnak a fenti kijelentések, azaz bármely két állítás esetén döntsük el, következik-e egyikükből a másik.

C. 771. *Matekváros* és *Fizikaváros* különböző időzónában találhatók. Egy repülő helyi idő szerint reggel 8-kor indul *Fizikavárosból,* és még aznap helyi idő szerint délben érkezik *Matekvárosba.* A járat két óra múlva visszaindul és ugyancsak helyi idő szerint este 8 órakor érkezik *Fizikavárosba.* Az utazás mindkét irányban ugyanannyi ideig tart. Mennyi az idő *Fizikavárosban* akkor, amikor *Matekvárosban* dél van?

C. 772. Történt egyszer egy matematikaórán, hogy egy diák az $(a + 2b - 3)^2$ négyzetre emelést rosszul végezte el, és $a^2 + 4b^2 - 9$ lett az eredménye. Tanára kérésére ellenőrzésképpen behelyettesített *a* és *b* helyére egy-egy természetes számot. A behelyettesítés után az eredmény helyesnek bizonyult. Mely számokat helyettesíthette a tanuló?

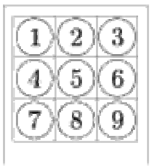
C. 773. Egy trapéz alakú földdarab párhuzamos oldalai 2100 méter és 1500 méter, a szárak hossza pedig 613 méter és 37 méter. Hány négyszögöl a telek területe?

C. 774. Mekkora területű a derékszögű koordinátarendszerben azoknak a $P(x; y)$ pontoknak a halmaza, amelyekre teljesül, hogy $|x + y| + |x - y| \le 4$?

C. 775. Pistike eredeti módon számlál az ujjain. 1-gyel kezdi a hüvelykujján, ezután a 2-t és a 3-at a mutatóujján, a 4-et, 5-öt és a 6-ot a középső ujján, a 7-et a gyűrűsujján, a 8-at és 9-et a kisujján. Ezután visszafelé folytatja, a 10-et, 11-et, 12-t megint a gyűrűsujján, 13-at a középsőn, 14-et és 15-öt a mutatón, 16-ot, 17-et, 18-at a hüvelykujján, 19-et ismét visszafelé a mutatóujján és így tovább. Melyik ujján számolja a 2004-et?

C. 776. Mutassunk példát olyan derékszögű háromszögre, amely felbontható öt egybevágó háromszögre.

C. 777. Az özönvíz előtti jegykezelő gépek a menetjegy kilenc számozott mezője közül néhányat – akár az összeset – kilyukasztanak. A gépek beállítójától az ellenőrök azt kérik, hogy a gép ne ugyanazokat a mezőket lyukassza, ha valaki nem az előírásnak megfelelően, hanem lapjával fordítva helyezi be a jegyét. Hány ilyen beállítása lehetséges a gépnek?



C. 778. Egy számtani sorozatban jelölje S_m a sorozat első m elemének az összegét. Bizonyítsuk be, hogy minden $n > k \geq 1$ esetén $\frac{S_{n+k}}{n+k} = \frac{S_n - S_k}{n-k}$.

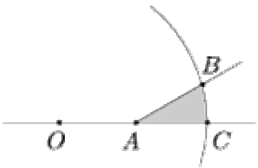
C. 779. Egy 12 x 12 x 35 cm-es, 5 kg tömegű gépsonkát ferdén vágtunk el úgy, hogy a paralelogramma alakú metszet oldalhosszúsága 15 és 20 cm. Mekkora lehet a keletkezett két darab tömege?

C. 780. Egy matematika versenyen három feladatot tűztek ki. Az első feladatot a résztvevők 85 százaléka oldotta meg, a másodikat 80, a harmadikat pedig 75 százalékuk. Bizonyítsuk be, hogy legalább 40 százalékuk megoldotta mind a három feladatot.

C. 781. Határozzuk meg azokat a pozitív $p > q > r$ prímszámokat, amelyekre $p^2 - (q + r)^2 = 136$.

C. 782. A parttal párhuzamosan, attól 200 méterre halad egy vitorlás a Balatonon. Valaki folyamatosan egy irányban úszva szeretné elérni a közeledő hajót. A parthoz képest milyen szögben kell elindulnia, ha a vitorlás sebessége 15 km/h, az úszó sebessége 2 km/h, és induláskor a parton mérve 2 km távolságban van a hajótól?

C. 783. Az *ábrán* látható szürkével jelölt tartományt az A csúcsú 30°-os szög szárai és egy O középpontú körív határolják. Mekkora a tartomány területe, ha $AO = AB = 1$?



C. 784. Az *ABCDEFGH* téglatestben – a szokásos betűzéssel – $AE = 1$, $AD = 2$, $AB = 3$. Mekkora annak a testnek a térfogata, amelynek a csúcsai A és C, valamint az *EFGH* lap éleinek a felezőpontjai?

C. 785. Melyik az a legkisebb pozitív egész szám, amelyik osztható 111-gyel és az utolsó négy jegye 2004?

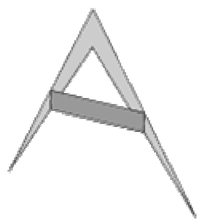
C. 786. Rögzíteni szeretnénk a függönyt a karnisra. Az egyenlő távolságokat akkor tudjuk egyszerűen biztosítani, ha a két szélső csipesz odacsíptetése után a maradékban van középső, sőt azt is megköveteljük, hogy ez minden további kettéosztásnál, a középső csipesz rögzítése után is teljesüljön. Hány csipeszt tehetünk a karnisra, ha így szeretnénk rögzíteni a függönyt?

C. 787. Igazoljuk, hogy ha *x* és *y* pozitív számok, akkor $\frac{x+y}{\sqrt{xy}} \le \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$.

C. 788. Ábrázoljuk az $x^5 - 10x^3y^2 + 5xy^4 = 0$ egyenlet megoldáshalmazát a derékszögű koordinátarendszerben.

C. 789. Vízszintes síkra helyeztünk 8 darab *r* sugarú golyót úgy, hogy középpontjaik egy szabályos 8-szög csúcsaiban vannak, a szomszédos golyók pedig érintik egymást. Mekkora annak a gömbnek a sugara, amelyik érinti a síkot és a golyókat?

C. 790. Egy konkáv négyszög oldalainak felezőpontjait összekötöttük az *ábrán* látható módon. Hogyan aránylik az így kapott négyszög területe az eredeti négyszög területéhez?



C. 791. Egy 9-szer 9-es táblázat mezőibe 460-tól 540-ig beírtuk egymás után az egész számokat a bal felső sarokból indulva, soronként balról jobbra haladva. Elhelyezhető-e ezen a táblán egy négy négyzetből álló, L betűt formázó kartonlap úgy, hogy 4 olyan számot fedjen le, amelyek összege 2005?

C. 792. Oldjuk meg a következő egyenlőtlenséget: $\sqrt{x^2 + x} + x < \frac{1}{2}$.

C. 793. Mennyi $\sqrt[4010]{\frac{1}{2}\left(19 + 6\sqrt{10}\right)} \cdot \sqrt[2005]{3\sqrt{2} - 2\sqrt{5}}$ pontos értéke?

C. 794. Egy gömb két párhuzamos síkmetszetének területe 9π és 16π. A síkok távolsága egységnyi. Mekkora a gömb felszíne?

C. 795. Bizonyítsuk be, hogy ha a 10-es számrendszerben felírt $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ szám osztható 7-tel, akkor $\overline{a_6a_1a_2a_3a_4a_5}$ is osztható 7-tel.

C. 796. Egy derékszögű háromszög beírható körének sugara az átfogóhoz tartozó magasság 0,45-szorosa. Mekkorák a háromszög hegyesszögei?

C. 797. Egy négyzet alakú étkező asztal lábainak hossza valamilyen körüljárás szerinti sorrendben 70 cm, 71 cm, 72,5 cm és 72 cm. Billeg-e az asztal, vagyis van-e két olyan asztalláb, amely soha nem támaszkodik egyszerre a padló síkjára?

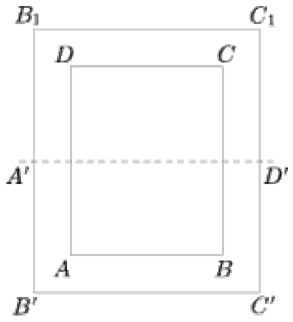
C. 798. Oldjuk meg az alábbi egyenletet: $3 \cdot 4^x + (3x - 10)2^x + 3 - x = 0$.

C. 799. Egy tetraéder minden csúcsában ül egy-egy hangya. Egy adott pillanatban mindegyikük elindul egy véletlenszerűen kiválasztott élen, és átmászik rajta a szomszédos csúcsba. Mennyi annak a valószínűsége, hogy két hangya találkozik útközben vagy az út végén?

C. 800. Határozzuk meg azokat a pozitív egész számokat, amelyek 14-szer akkorák, mint a számjegyeik összege.

C. 801. Az egyiptomi háromszögbe, amelynek oldalai 3, 4, 5 egység hosszúak, írjunk téglalapot, amelynek a csúcsai a háromszög oldalaira illeszkednek és oldalainak aránya 1:3. Határozzuk meg a téglalap oldalainak hosszát.

C. 802. Összehajtható, téglalap alakú asztalt akarunk készíteni oly módon, hogy az asztallap összecsukva az *ABCD*, derékszöggel elforgatva az *A*'*B*'*C*'*D*' és szétnyitva a $B_1B'C'C_1$ helyzetben van. Hová kell helyeznünk a forgástengelyül szolgáló csapszeget?



Hogyan válasszuk meg az *ABCD* asztallap méreteit, ha nagyobb vendégségek esetére szeretnénk fenntartani azt a lehetőséget, hogy a $B_1B'C'C_1$ helyzetű nagy asztallapból az előző eljárással (derékszögű elforgatás, majd szétnyitás után) egy még nagyobb asztallapot kapjunk, miközben a csapszeg helye nem változik?

C. 803. Oldjuk meg a következő egyenletrendszert:

$$\sqrt{7x+y}+\sqrt{x+y}=6$$

$$\sqrt{x+y}-y+x=2\,.$$

C. 804. Egy mértani sorozat első eleme 6, az első *n* elem összege $\frac{45}{4}$, ugyanezen elemek reciprokainak összege $\frac{5}{2}$. Melyik ez a mértani sorozat?

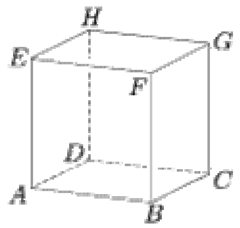
C. 805. Adjuk meg azokat az egész számokból álló számhármasokat, amelyek szorzata négyszer akkora, mint az összegük, és egyikük kétszer akkora, mint a másik kettő összege.

C. 806. Adjuk meg az összes olyan 7-tel osztható pozitív egész számot, amelynek tízes számrendszerbeli alakja 5-re végződik és a többi jegye pedig 1.

C. 807. Egy négyszög két szomszédos oldalának hossza 2, illetve 1 egység, közrezárt szögük 60°. A négyszög húr-és érintőnégyszög is egyben. Mekkora a négyszög másik két oldala?

C. 808. Oldjuk meg a $\{3x\}^2 + \{x\}^2 = 1$ egyenletet.

C. 809. Az egységnyi élű *ABCDEFGH* kocka *AE* élének felezőpontja *P*, a *BCGF* lap középpontja *R*.



a) Mekkora területű síkidomban metszi a kockát a *P*, *B*, *R* pontokon átmenő sík?

b) A fenti sík két testre vágja a kockát. Mennyi a részek térfogatának az aránya?

C. 810. Melyek azok a 45-tel osztható háromjegyű számok, amelyeknek a számjegyei a felírás sorrendjében számtani sorozatot alkotnak?

C. 811. Adjuk meg azokat az egymást követő egész számokat, amelyeknek az összege 100.

C. 812. Megy a gőzös Kanizsára a 21 km távolságra lévő Zalakomárról. Az utat 16 perc alatt teszi meg úgy, hogy indulástól egyenletesen gyorsul, majd 90 km/h állandó sebességgel halad, végül egyenletesen lassulva megáll. Mennyi ideig megy a gőzös 90 km/h sebességgel?

C. 813. Egy téglalap egyik oldala 10 cm hosszú. Mekkora a téglalap másik oldala, ha egy 10 cm x1 cm-es téglalap átlósan is éppen elfér benne?

C. 814. Oldjuk meg a következő egyenletrendszert, amelyben *t* valós paraméter:

$x + y + z = t,$

$x + (t + 1)y + z = 0,$

$x + y - (t + 1)z = 2t.$

C. 815. Az *a* és *b* valós számokról tudjuk, hogy a szorzatuk 1, továbbá $\frac{a+b+2}{4} = \frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1}$. Határozzuk meg *a* és *b* értékét.

C. 816. Történt egyszer, hogy Margit néni kedvenc csokoládéjának árát 30%-kal felemelték, ugyanakkor a nyugdíja is emelkedett 15%-kal. Hány százalékkal csökken Margit néni csokoládéfogyasztása, ha csak 15%-kal tud többet költeni csokoládéra?

C. 817. Miután Klári kiszámolta, hogy $6^2 + 8 = 44$, észrevette, hogy $66^2 + 88 = 4444$. Igaz-e minden *n*-re, hogy

$$(\underbrace{6\ldots6}_{n \text{ jegy}})^2 + \underbrace{8\ldots8}_{n \text{ jegy}} = \underbrace{4\ldots4}_{2n \text{ jegy}}?$$

C. 818. Egy kör alakú asztalra rátettünk egy négyzet alakú terítőt úgy, hogy a középpontjaik egybeestek. A kör és a négyzet kerülete egyenlő. Az asztallap területének hány százalékát takarja a terítő?

C. 819. Az *ABCDEF* szabályos hatszög *K* középpontjában, továbbá a *B* csúcsában egy-egy légy, az *A* csúcsban pedig egy pók ül. A *B* csúcsból a *C* irányába, a *K*-ból pedig az *E* irányába egyszerre, azonos sebességgel elindulnak a legyek. (A pók helyben marad.) Mutassuk meg, hogy a mozgás során mindig egy szabályos háromszög csúcsaiban vannak.

C. 820. Legyenek $0 \le a, b, c, d \le 2005$ egész számok. Mi a valószínűsége annak, hogy *ab* + *cd* páros szám?

C. 821. Az egységnyi oldalú *ABCD* négyzetet elforgatjuk a *C* csúcsa körül 90^o-kal. Mekkora területet súrol az *AB* oldal?

C. 822. Legyenek *x* és *y* nem negatív valós számok. Bizonyítsuk be, hogy $\sqrt{\frac{x}{2}} + \sqrt{\frac{y}{2}} \le \sqrt{x+y}$.

C. 823. Egy áruház a második születésnapján akciós napot tartott. Az 50 000 Ft felett vásárlók kétszeri árengedményben részesültek. Az árengedmények százalékban kifejezve 10-nél kisebb pozitív egész számok voltak. A 69 000 Ft-os televíziót 60 306 Ft-ért lehetett megvásárolni. Hány százalékosak voltak az egyes árengedmények?

C. 824. Egy kocka alaplapjának körülírt köre és fedőlapjának beírt köre egy csonkakúp alap-, illetve fedőköre. Hogyan aránylik a csonkakúp térfogata a kocka térfogatához?

C. 825. Bizonyítsuk be, hogy bármely négy egymást követő egész szám szorzata felírható két egymást követő páros szám szorzataként.

C. 826. Oldjuk meg a következő egyenletet: $\frac{3x^3}{x^3-1} - \frac{x}{x-1} = 2$.

C. 827. Repülőn utazunk. A szemünktől 20 cm-re lévő ablakon kinézve egy-egy hajót pillantunk meg a 25 cm×40 cm-es ablak alsó sarkainak irányában. Tudjuk, hogy a repülő 10,3 km magasan halad, a mi szemmagasságunk pedig az ablak vízszintes felezővonalában van. Milyen távol van egymástól a két hajó?

C. 828. Mekkora az *x* + *y* = 2005, $\frac{x}{2005} + \frac{y}{2006} = 1$, $\frac{x}{2006} + \frac{y}{2005} = 1$ egyenletű egyenesek által közrezárt háromszög területe?

C. 829. Az ötös lottón 2005. szeptember 10-én a következő számokat húzták ki: 4, 16, 22, 48, 88. Mind az öt szám páros, közülük pontosan négy osztható 4-gyel, három 8-cal, kettő pedig 16-tal. Hányféleképpen lehet az 1-től 90-ig terjedő egész számok közül öt különböző ilyen tulajdonságú számot kiválasztani?

C. 830. Lord Moneybag így szólt az unokájához: „Bill, figyelj jól! Mindjárt itt a karácsony. Magamhoz vettem egy 300 és 500 font közötti összeget, mégpedig 6 font egész számú többszörösét. Kapsz belőle 5 fontot 1 fontosokban. Amikor egy-egy fontot átadok neked, a nálam maradt összeg először osztható lesz 5-tel, majd 4-gyel, azután 3-mal, majd 2-vel, végül csak 1-gyel és önmagával. Ha megmondod, hány font van nálam, még egy tízes üti a markodat." Mennyi pénzt vett magához a lord?

C. 831. Mennyi azoknak a háromjegyű számoknak az összege, amelyeknek minden számjegye páratlan?

C. 832. Adott a koordinátarendszerben három pont: *A*(2; 1), *B*(3; 4), *C*(2; 11). Igazoljuk, hogy az *OB* félegyenes felezi az *AOC* szöget.

C. 833. Egy négyzet alapú egyenes gúla alapéle és magassága is 40 cm. Az oldallapokon szeretnénk egy vonalat rajzolni az alaplap egyik csúcsából az alaplap átellenes csúcsába. Milyen hosszú a legrövidebb ilyen vonal?

C. 834. Oldjuk meg a következő egyenletet: $\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\sin 2x} = \frac{2}{\sin 4x}$.

C. 835. Hány megoldása van az $x + y + z = 100$ egyenletnek a pozitív egész számok körében?

C. 836. A Vidámságok Boltjában egy csomag szerpentin p százalékkal kerül többe, mint egy csomag konfetti. Úgy is mondhatnánk, hogy egy csomag konfetti q százalékkal olcsóbb, mint egy csomag szerpentin. p és q különbsége 90. Hány csomag szerpentint lehet kapni 10 csomag konfetti áráért?

C. 837. Legfeljebb hány 180^{o}-nál nagyobb belső szöge lehet egy 2006 oldalú sokszögnek?

C. 838. Tímár Mihály nehéz helyzetbe került, mert lekopott a kincset rejtő zsákról a vörös félhold. Annyit tud, hogy a négy zsák közül a legnehezebbikben a búzába rejtve ott van a kincs. Három mérés során az derült ki, hogy az első zsák a másodikkal együtt kisebb, a harmadikkal együtt ugyanakkora, a negyedikkel együtt pedig nagyobb tömegű, mint a másik két zsák. Melyik zsákban van a kincs?

C. 839. Egy konvex négyszög három oldala 1 cm, 4 cm és 8 cm hosszú, átlói merőlegesek egymásra. Mekkora lehet a negyedik oldal?

C. 840. 10 darab bankjegy összértéke 5000 Ft. Milyen bankjegyekből állhat ez az összeg?

C. 841. Pali, a postás egy hosszú utcában először a páratlan oldalon oda-, majd a páros oldalon visszafelé kézbesítette a leveleket. Odafelé harmadannyi ideig állt a postaládák előtt, mint amennyit visszafelé haladt. Visszafelé negyedannyi ideig állt, mint amennyi ideig odafelé haladt. Végül kiderült, hogy ugyanannyi ideig tartott mindkét oldalon a kézbesítés. Hogyan aránylik egymáshoz az út (állás nélküli) haladási átlagsebessége oda és a vissza?

C. 842. Tíznél több egységnyi fakockából egy nagy, tömör kockát építettünk, majd a nagy kocka minden lapját befestettük. Ezután különválasztottuk a többitől azokat a kis kockákat, amelyeknek van befestett lapja. Lehet-e a festett kockák száma többszöröse a festetlen kockák számának?

C. 843. Az ABC háromszögben $BAC\angle = 45°$. Az AC oldal A-hoz közelebbi harmadolópontját jelölje P. Tudjuk, hogy $ABP\angle = 15°$. Mekkora az $ACB\angle$?

C. 844. Egy henger tengelymetszetének kerülete 90 cm. Legfeljebb mekkora lehet a henger térfogata?

C. 845. Április elsején egy osztályban az algebrai átalakításokat gyakorolták matematikaórán. A feladat szerint egyszerűbb alakra kellett hozni az $\frac{(x+2)^3 + (y+x)^3}{(x+2)^3 - (y-2)^3}$ törtet. Ági (aki az osztály legjobbja matematikából) vicces kedvében volt, ezért azt mondta, hogy ha a nevező nem nulla, akkor ,,egyszerűsítsünk" a hármas kitevőkkel, vagyis az eredmény $\frac{x+2+y+x}{x+2-(y-2)} = \frac{2x+y+2}{x-y+4}$.
Döntsük el, hogy jó-e a végeredmény.

C. 846. Hányféle sorrendben alkothatnak a 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyek néggyel osztható hétjegyű számot? (A szám nem kezdődhet 0-val.)

C. 847. Adjunk meg olyan egyenest, amely az „egyiptomi" háromszög (oldalai: 3, 4, 5) kerületét és területét is felezi.

C. 848. Határozzuk meg a $\sqrt{x-2}+\sqrt{3-x}$ kifejezés legkisebb és legnagyobb értékét.

C. 849. Mekkora ctg$x$ értéke, ha ctg$x$ = sin$x$?

C. 850. Egy egység oldalú szabályos hatszöglemez tetszőleges belső pontját tükrözzük a hat oldal felezőpontjára. Számítsuk ki az így kapott hatszög területét.

C. 851. Egy szabályos pénzérmét 12-szer feldobunk egymás után és leírjuk a dobások eredményét. Hány olyan dobássorozat van, amelyben két fej nem követi egymást?

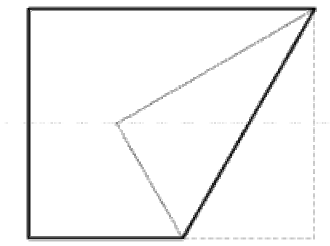
C. 852. Oldjuk meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán: $x^2-3\sqrt{x^2+3}\le 1$.

C. 853. A térben egy pontból kiinduló négy félegyenes páronként ugyanakkora, nullától különböző szöget zár be. Mekkora ez a szög?

C. 854. Igazoljuk, hogy minden pozitív egész n esetén fennáll a következő egyenlőség:

$$\frac{1^3+3^3+5^3+\ldots+(2n-1)^3}{1+3+5+\ldots+(2n-1)}=2n^2-1.$$

C. 855. Szükségünk van egy 60°-os szögre, de nincs más eszközünk, csak egy téglalap alakú papírlapunk. Először félbehajtjuk a téglalapot, azért, hogy lássuk az egyik középvonalát. Ezután az egyik csúcsát ráhajtjuk a középvonalra, egy szomszédos csúcsra illeszkedő hajtásvonal mentén, ahogyan ezt az *ábra* mutatja. Igazoljuk, hogy az így kapott trapéz hegyesszöge 60°-os.



C. 856. Melyek azok az n természetes számok, amelyekre $5^n + 12n^2 + 12n + 3$ osztható 100-zal?

C. 857. Melyek azok a (c; d) számpárok, amelyekre az $x^3 - 8x^2 + cx + d = 0$ egyenletnek három, nem feltétlenül különböző, pozitív egész gyöke van?

C. 858. Egy téglalap ugyanakkora kerületű és területű, mint egy olyan rombusz, amelynek egyik szöge 30°. Mekkora a téglalap oldalainak aránya?

C. 859. Bizonyítsuk be, hogy bármely háromszögben:

$$c^2+2ab\sin(\gamma+30^{\circ})=b^2+2ac\sin(\beta+30^{\circ})=a^2+2bc\sin(\alpha+30^{\circ}).$$

C. 860. Egy 500 embert érintő felmérés során kiderült, hogy a megkérdezettek 46%-a szereti az eper, 71%-a a vanília, 85%-a csokoládé fagylaltot. Van-e a megkérdezettek között hat olyan ember, aki mind a háromféle fagylaltot szereti?

C. 861. Egy részleges napfogyatkozásnál, amikor a Hold és a Nap látszólagos átmérője ugyanakkora volt, a maximum pillanatában a holdkorong széle a napkorong középpontjára illeszkedett. Hány százalékos volt a napfogyatkozás?

C. 862. Adjuk meg azokat az x, y számpárokat, amelyekre teljesül a következő egyenlőtlenség:

$2|x + y| \le |x| + |y|$.

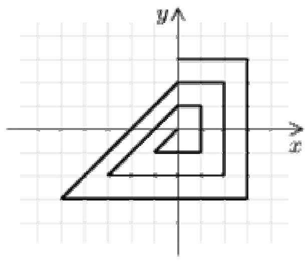
C. 863. Melyek azok az x, y egész számok, amelyekre az $x^6 - y^2 = 648$ egyenlőség teljesül?

C. 864. Egy ,,kockás lapra" rajzolt háromszög oldalainak hossza: $2\sqrt{10}$, $3\sqrt{5}$ és 5. Bizonyítsuk be, hogy legkisebb szöge 45°-os.

C. 865. Melyik az a szám, amelynek az n-alapú számrendszerben felírt alakja 503, az $(n + 2)$-alapú számrendszerben pedig 305?

C. 866. Az a paraméter mely értékére lesz az $x^2 - 4ax + 5a^2 - 6a = 0$ másodfokú egyenlet két gyöke a legmesszebbre egymástól?

C. 867. A derékszögű koordinátarendszer origójából indulva rajzolunk egy töröttvonalat az *ábra* szerint. Minden negyedik szakasz megrajzolása után visszajutunk az y tengelyhez, ahogyan az ábra mutatja.



Egy hazánkban gyártott golyóstoll csomagolásáról megtudtuk, hogy az íráshossza 8000 méter. Ha ezzel a tollal megrajzolnánk egy 0,5 cm egységű koordinátarendszerben a megadott 8000 méter hosszúságú vonalat, hányszor érkeznénk vissza az y tengelyhez?

C. 868. Adott a síkban négy különböző pont. A négy pont közötti hat távolság közül négy távolság egységnyi, egy pedig 1,2. Mekkora lehet az ismeretlen hatodik távolság?

C. 869. Egy R sugarú gömbbe írt henger magassága $\frac{4}{3}R$. Hányadrésze a henger térfogata a gömb térfogatának?

C. 870. Egy autókereskedő átlagosan napi 7 autót adott el egy bizonyos időszakban. A leggyengébb forgalmú napot figyelmen kívül hagyva, a fennmaradó napokon átlagosan értékesített autók száma 8. A legerősebb napot nem számítva ez a szám 5. Végül, ha sem a leggyengébb, sem a legerősebb napot nem vesszük figyelembe, akkor a napi átlag 5,75-nak adódik.

Hány autót adott el a kereskedő ebben az időszakban?

C. 871. Igazoljuk, hogy ha az $\frac{x^2}{(x-y)(x-z)}+\frac{y^2}{(y-x)(y-z)}+\frac{z^2}{(z-x)(z-y)}$ kifejezés értelmezve van, akkor értéke független az x, y és z változók értékétől.

C. 872. Egy 12 cm sugarú negyedkörlapból kivágunk az egyik határoló sugara fölé, mint átmérő fölé rajzolt félkört. Az így kapott síkidomba rajzolt legnagyobb körnek mekkora a sugara?

C. 873. Milyen valós x-ek esetén lesz a $\sqrt{2\sin x}-\sin x$ kifejezés értéke a legnagyobb?

C. 874. Egy 3 m oldalú négyzet alapú újságos pavilon tetőszerkezete két egymást átható szabályos háromoldalú hasáb, amelyek egy-egy oldallapja a mennyezettel esik egybe. (A két hasáb egymáshoz képest 90^{o}-kal el van forgatva.) Mekkora a tetőfelület nagysága?

C. 875. Egy zsömle ára 15 Ft, egy kiflié 12 Ft. Mindkettőből vásárolunk valamennyit.

a) Fizethetünk-e 500 Ft-ot?

b) Fizethetünk-e 600 Ft-ot?

C. 876. Oldjuk meg a következő egyenletrendszert:

$x + y = x^2 + 2xy + y^2$,

$x - y = x^2 - 2xy + y^2$.

C. 877. Egy téglalap alakú lapot kettéhajtottunk az átlója mentén úgy, hogy a négy csúcs egy olyan húrtrapézt határoz meg, amelynek három oldala egyenlő, a negyedik oldal hossza pedig $10\sqrt{3}$. Mekkorák az eredeti téglalap oldalai?

C. 878. Egy szabályos négyoldalú gúla magassága kétszerese az alapél hosszának. Hányadrésze a gúlába beírt kocka térfogata a gúla térfogatának? (A beírt kocka négy csúcsa a gúla oldalélein, négy csúcsa az alaplapon van.)

C. 879. 5000 forinttal a zsebünkben elindulunk ajándékokat vásárolni. Három üzletbe térünk be. Mindegyik üzletben megtetszik egy ajándéktárgy, amelyet meg is veszünk, ha futja pénzünkből. Az áruk egymástól függetlenül mindhárom üzletben $\frac{1}{3}$ valószínűséggel 1000, 1500 vagy 2000 Ft. Mekkora az esélye annak, hogy három ajándéktárgyat sikerül vásárolnunk és még pénzünk is marad?

C. 880. Egy hatjegyű számot úgy lehet hárommal szorozni, hogy az első jegyét hárommal csökkentjük és a végére írunk egy hármast. Melyik ez a szám?

C. 881. Oldjuk meg az $\left(\frac{x}{2}\right)^2=\left(\frac{x+1}{3}\right)^3$ egyenletet.

C. 882. Egy derékszögű háromszög befogóinak hossza a és b. A derékszög csúcsát az átfogó egy pontjával összekötő d hosszúságú szakasz az a befogóval δ szöget zár be. Igazoljuk, hogy

$$\frac{1}{d}=\frac{\cos\delta}{a}+\frac{\sin\delta}{b}.$$

C. 883. Egy vályú, amelynek keresztmetszete szabályos háromszög, színültig van vízzel. A víz egyötödét ki akarjuk belőle önteni. Hány fokkal kell ehhez a vályút megdönteni úgy, hogy a végeit határoló háromszögek a saját, függőleges síkjukban mozogjanak?

C. 884. Egy kockadobást nevezzünk sikeresnek, ha a dobott szám legalább három. Mi a valószínűbb: az, hogy két dobásból legalább egy sikeres, vagy az, hogy négy dobásból legalább kettő?

C. 885. Bankautomatából való pénzfelvétel költsége két részből tevődik össze. Van egy alapdíj, amely független a felvett összegtől. Ehhez járul a felvett összeggel egyenesen arányos rész. Mennyi a költség 85000 Ft felvétele esetén, ha 40000 Ft esetén 221 Ft, 100000 Ft esetén pedig 485 Ft?

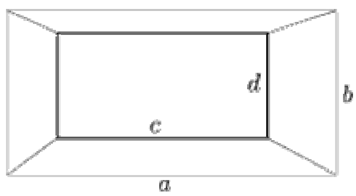
C. 886. Egy épület külsejének díszítése céljából egy nagyméretű négyzetet festettek a falra. Megrajzolták a négyzet körülírt körét és a négyzet oldalaira kifelé állított félköröket is. A körívek négy Hold alakú mezőt határolnak. Mekkora a négyzet oldala, ha egy-egy ilyen mező területe 1 m^2?

C. 887. Hány olyan nyolcjegyű szám van, amelyben minden előforduló számjegy pontosan annyiszor szerepel, amennyi a számjegy értéke? (Példa: 33414434.)

C. 888. A 6 egység élű kocka felszínének és térfogatának a mérőszáma is 216. Adjuk meg az összes ilyen tulajdonságú négyzetes oszlopot, vagyis azokat, amelyeknek az élei egész hosszúságúak, továbbá a felszín és térfogat mérőszáma egyenlő.

C. 889. Az *ábrán* felülnézetben látható csonkagúla alaplapjai téglalapok, magassága *m*. Valaki a csonkagúla térfogatára a következő képletet találta: $V=\frac{m}{6}\left[(2a+c)b+(2c+a)d\right]$.

Igaz-e, hogy a képlet megadja a test térfogatát?



C. 890. Melyek azok a természetes számpárok, amelyek szorzata egyenlő a különbségük ötszörösével?

C. 891. Legfeljebb hány oldalú lehet az a konvex sokszög, amelynek belső szögei $d = 1^\circ$ differenciájú számtani sorozatot alkotnak?

C. 892. Bizonyítsuk be, hogy ha *x*, *y*, *z* pozitív valós számok és *xyz* = 1, akkor nem lehet az

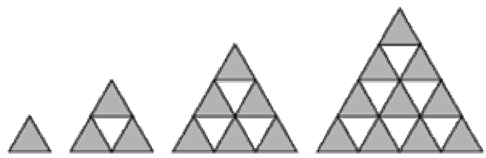
$$\frac{1}{1+x+xy},\quad \frac{y}{1+y+yz},\quad \frac{xz}{1+z+xz}$$

kifejezések mindegyike nagyobb $\frac{1}{3}$-nál.

C. 893. Tizenhat húsvéti tojás közül három piros. Tíz tojást egy nagyobb, hatot egy kisebb dobozba helyeztünk véletlenszerűen. Mekkora annak a valószínűsége, hogy mindkét dobozban van piros tojás?

C. 894. Egy félgömb alakú levesestál térfogata 8 liter. Mennyi leves tölti meg a tálat fele magasságáig?

C. 895. A *képen* látható ábrasorozat egyre több sötét szabályos háromszögből készült. A látható szabálynak megfelelően elkészítjük az első *n* db ábrát. Hány sötét háromszöget használtunk fel összesen?



C. 896. A koordináta-rendszerben az *ABC* háromszög csúcspontjai: *A*(0; 4), *B*(3; 0), *C*(*c*; 6). A háromszög területe 7. Mekkora a *c*, ha tudjuk, hogy $0 < c < 3$?

C. 897. Egy egységnyi oldalú rombusz hegyesszöge 60^{o}. Hány olyan körvonal van, amelytől a rombusz csúcsai egyenlő távolságra vannak? Mekkora a körök sugara?

C. 898. Az *ABC* szabályos háromszög oldalainak hossza 6 cm. A háromszög *C* csúcsából kiindulva egy bogár egyenletesen mozog az *A* csúcs felé 4 mm/s sebességgel. Ugyanakkor a *B* csúcsból is elindul egy bogár a *C* csúcs felé 3 mm/s sebességgel. Az indulásuktól számítva mennyi idő múlva lesznek egymáshoz a legközelebb, és mekkora ez a távolság?

C. 899. A *v* valós paraméter milyen értéke esetén nincs megoldása az

$x + y + z = v,\qquad x + vy + z = v,\qquad x + y + v^2z = v^2$

egyenletrendszernek?

C. 900. Egy különböző számjegyekből álló háromjegyű szám 75%-a ugyanazokból a számjegyekből áll, mint az eredeti, de egyik sem marad a helyén. Melyik ez a szám?

C. 901. Az *ABCD* téglalap területe $100\sqrt{5}$. Jelölje *P* az *AB* oldal *A*-hoz közelebb eső ötödölő pontját. Tudjuk, hogy a *PD* szakasz merőleges az *AC* átlóra. Számítsuk ki a téglalap kerületét.

C. 902. A *K* kört belülről érinti a fele akkora sugarú *k* kör. Szerkesszünk *K*-ban olyan húrt, amely merőleges a két kör középpontját összekötő egyenesre, és amelyet a *k*-val alkotott metszéspontjai három egyenlő részre osztanak.

C. 903. Határozzuk meg a $\sqrt{x-2} + 2\sqrt{3-x}$ kifejezés legnagyobb értékét.

C. 904. Mekkorák az α és β hegyesszögek, ha igaz rájuk a következő egyenletrendszer?

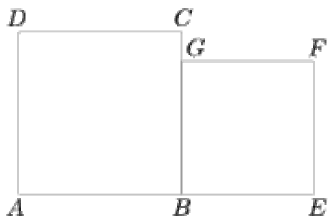
$2\sin 2\beta = 3\sin 2\alpha,$

$\mathrm{tg}\beta = 3\mathrm{tg}\alpha.$

C. 905. Anna felír két tetszés szerinti természetes számot, melyek ugyanazokat a számjegyeket tartalmazzák, csak különböző sorrendben. A nagyobbikból kivonja a kisebbet és a különbséget megszorozza egy tetszőleges természetes számmal. Ezután a szorzatból kitöröl egy nullától különböző számjegyet. A megmaradt számot közli Bélával, aki rövid gondolkodás után kitalálja a kitörölt számjegyet. Hogyan?

C. 906. Egy derékszögű háromszögben az oldalak egy számtani sorozat egymást követő elemei. Határozzuk meg az oldalak arányát. Igazoljuk, hogy a beírt kör sugara a számtani sorozat különbsége.

C. 907. Az *a* oldalú *ABCD*, és a *b* oldalú *BEFG* négyzeteket az *ábrán* látható módon rajzoltuk egymás mellé.



Fejezzük ki *a*-val és *b*-vel az *AB*, *BE*, *FC* és *DG* szakaszok felezőpontjai által meghatározott négyszög területét.

C. 908. Egy tíztagú társaság moziba ment. Két különböző sorba kaptak 5-5 egymás melletti helyre szóló jegyet. A társaságból Ábel és Bendegúz szeretnének egymás mellé ülni, Zsuzsi és Anikó viszont külön akarnak ülni. Hányféleképpen helyezkedhetnek el?

C. 909. Egy háromszög oldalhosszúságai egész számok, egyik közülük 7, a vele szemben fekvő szög mértéke 60°. Mennyi lehet a háromszög területe?

C. 910. Egy kör kerületére kilenc egész számot írunk, amelyek összege 90. Bizonyítsuk be, hogy van négy egymás melletti szám, amelyek összege legalább 40.

C. 911. Melyek azok az *n* pozitív egész számok, amelyek esetén $n^3 + 1$ és $n^2 - 1$ is osztható 101-gyel?

C. 912. Van-e olyan derékszögű háromszög, amelyben az oldalak *a*, *b*, *c* hossza egész szám, $(a, b, c) = 1$ és az egyik súlyvonalának hossza 7,5?

C. 913. Az *ABC* háromszögbe írható kör középpontja *O*, a *BC* oldalhoz írható kör középpontja *K*. Mikor lesz a *BKCO* négyszög deltoid? Mikor lesz téglalap?

C. 914. Egy futballcsapat edzője szerint játékosai 95%-os biztonsággal rúgják be a tizenegyest. Mi a valószínűsége annak, hogy öt játékos közül pontosan három hibázik?

C. 915. Melyek azok a prímszámok, amelyek felírhatók két pozitív összetett szám összegeként?

C. 916. Egy biztosítótársaság bevételei 2006-ban 25%-kal, kiadásai 15%-kal nőttek az előző évhez képest. A társaság nyeresége (bevétel – kiadás) 40%-kal nőtt. Hány százaléka volt 2006-ban a kiadások összege a bevételeknek?

C. 917. Oldjuk meg a következő egyenletrendszert:

$$x + 2y + 3z + 4v = a,$$
$$y + 2z + 3v + 4x = b,$$
$$z + 2v + 3x + 4y = c,$$
$$v + 2x + 3y + 4z = d,$$

ahol *a*, *b*, *c*, *d* adott valós számok.

C. 918. Egy téglalap oldalainak felezőpontjait kössük össze a szemközti csúcsokkal. Az így kapott nyolc egyenes által meghatározott nyolcszög területe hányadrésze az eredeti téglalap területének?

C. 919. Egy derékszögű háromszöget átfogójának felező merőlegesével egy háromszögre és egy négyszögre vágtunk. A négyszög átlóinak aránya $\left(1+\sqrt{3}\right):2\sqrt{2}$. Mekkorák a derékszögű háromszög hegyesszögei?

C. 920. A rétet egyik oldalán egy kb. 50 méteres egyenes szakaszon egy fal határolja. Mehemed szeretné a teheneit villanypásztorral minél nagyobb területű téglalap alakú részen elkeríteni. Hogyan teheti ezt meg, ha 44 méter hosszú drót áll rendelkezésére, amit

a) méterenként, *b*) 2 méterenként,

tud a talajhoz rögzíteni? Mekkora az elkerített részek területe az egyes esetekben?

C. 921. A félév vége előtti utolsó matematika dolgozat kiosztása előtt a tanár a következőt mondta Pistinek, aki 4-es és 5-ös között állt: „16-an írtátok meg a dolgozatot. Fél osztályzatokat is adtam. Az osztályzatok terjedelme 2, a módusza 4,5, a mediánja pedig 4. Az összes ilyen lehetőség közül a legrosszabb átlagot érte el a csoport. Ha megmondod, hogy ezek alapján kaphattál-e 5-öst a dolgozatodra, akkor megadom a jelest félévkor." Mit válaszolt Pisti, ha megkapta az 5-öst?

C. 922. Adjuk meg az alábbi egyenlet összes egész megoldását: $x^2 + 12 = y^4$.

C. 923. Egy húrtrapéz párhuzamos oldalai $a = 10$, $c = 15$ hosszúak, köré írható körének sugara $r = 10$. Mekkorák lehetnek a szárai? Mekkora a területe?

C. 924. Egy bizonyos téglatest két párhuzamos élére illeszkedő téglalap alakú átlós síkmetszet területe háromféle lehet: $t_1 = 60$, $t_2 = 4\sqrt{153}$, $t_3 = 12\sqrt{10}$. Számítsuk ki a téglatest felszínét és térfogatát.

C. 925. Mutassuk meg, hogy az $\dfrac{x}{y^3-1}+\dfrac{y}{1-x^3}+\dfrac{2(x-y)}{x^2y^2+3}$ kifejezés helyettesítési értéke állandó minden olyan helyen, ahol a kifejezés értelmezve van és $x + y = 1$.

C. 926. Egy tanteremben 24 lámpatestet szereltek fel, amelyek mindegyikébe 4-4 izzó fér el. Amikor néhány lámpába becsavarták a négy izzót, akkor már látszott, hogy a rendelkezésre álló készlet kevés lesz. A továbbiakban előbb hármasával, majd csak kettesével, végül egyesével tekerték be az izzókat a lámpatestekbe. Sajnos így is maradtak lámpák, amelyekbe nem jutott izzó. Hány izzó hiányzott, ha kétszer annyi lámpába került egy-egy izzó, mint ahányba négy, és fele annyi lámpába egyáltalán nem jutott, mint ahányba hármat is csavartak?

C. 927. Adott egy derékszögű háromszög. Átfogóját c-vel jelölve területe $t=\dfrac{c^2}{8}$. Adjuk meg a háromszög szögeinek pontos értékét.

C. 928. Felírjuk az egész számokat 1-től egy 50-nel osztható n számig, majd elhagyjuk közülük az 50-nel oszthatókat. Mutassuk meg, hogy a megmaradt számok összege négyzetszám.

C. 929. Egy négyzet alapú csonkagúla alapéle és minden oldaléle 4. Fedőlapjának éle 2. Legfeljebb mekkora távolságra lehet egymástól a csonkagúla két csúcspontja?