**Szakköri feladatsor (kmb, grf)**

**3.48.** Az 1, 1, 1, 2, 2, 3, 4 számjegyek felhasználásával hány hétjegyű számot lehet készíteni, amelyben

**a)** az 1-es számjegyek egymás mellett vannak;

**b)** a 2-es számjegyek egymás mellett vannak;

**c)** a 3-as és 4-es számjegyek egymás mellett vannak;

**d)** a 3-as és 4-es számjegyek nem állnak egymás mellett?

**4.30.** Hányféleképpen lehet 4 piros, 3 fehér és 2 zöld, egyforma méretű golyóból olyan láncot készíteni, melyben nincs egymás mellett

**a)** két zöld; **b)** két fehér; **c)** sem fehér, sem zöld golyó?

**4.31.** Hányféleképpen lehet 4 piros, 3 fehér és 2 zöld, egyforma méretű golyóból olyan karkötőt készíteni, melyben nincs egymás mellett **a)** két zöld; **b)** két fehér golyó?

**6.5.** Hány ötjegyű szám van, amely 16-ra végződik és 3-mal osztható?

**F.** Hány ötjegyű szám van, amely 3-mal osztható, és van benne **a)** 9-es; **b)** 1-es; **c)** 0?

**6.43.** 9 ember csónakázni készül. Rendelkezésükre áll egy 4-, egy 3- és egy 2-személyes csónak.

**a)** Hányféleképpen foglalhatják el a csónakokat? (Egy csónakon belül a helyek sorrendje nem számít.)

**b)** Oldjuk meg a feladatot akkor is, ha két személy, A és B egy csónakban akar ülni!

**c)** Oldjuk meg a feladatot, ha csak 8 ember indul csónakázni!

**4.18.** Hányféleképpen alakíthatunk 8 lányból és 4 fiúból két hatfős sakkcsapatot úgy, hogy mindkét csapatban legyen legalább egy fiú?

**F.** Hányféleképpen lehet 12 játékosból egyforma létszámú csapatokat készíteni?

**4.34.** Hány hétjegyű szám van, amelynek számjegyei monoton **a)** növekvő; **b)** csökkenő sorrendben következnek egymás után?

**4.44.** Tekintsük a (2*x* + *y* + 3*z*)5 kifejezést!

**a)** Hány tagból álló kifejezést kapunk a műveletek elvégzése és az összevonások után?

**b)** Hány tagban fog szerepelni az *x*?

**c)** Mennyi azon tagok együtthatóinak összege, amelyekben nem szerepel az *x*?

**d)** Mennyi azon tagok együtthatóinak összege, amelyekben szerepel az *x*?

**6.27. a)** Konvex tízszögnek hány átlója van?

**b)** Az átlóknak legfeljebb hány metszéspontja lehet? **c)** Legfeljebb hány ilyen metszéspont lehet egy átlón?

**6.30.** Egy kocka éleit mint vektorokat tetszőlegesen irányíthatjuk. Legfeljebb hány különböző eredője lehet az így kapott 12 vektor összegének?

**6.56.** Bergengóciában a Sárkánynak 100 feje van, a Királyfinak viszont olyan Varázskardja, amellyel egy csapásra 33, 21 vagy 17 fejét tudja a Sárkánynak levágni. Igen ám, de az első esetben a Sárkánynak 18 új feje nő ki, a másodikban 36, a harmadik esetben pedig 14. Ha a Sárkány összes feje lehullott, nem nő ki több. Le tudja-e győzni a Királyfi a Sárkányt?

**6.60.** Hányféleképpen rendezhetünk sorba 3 piros, 4 fehér és 2 zöld, egyforma méretű golyót, ha azt akarjuk, hogy ne kerüljön egymás mellé **a)** két zöld; **b)** két piros; **c)** piros és zöld golyó?

**6.61.** Egy céllövöldében öt zsinór mindegyikén 4-4 üveggolyó függ, céltáblául szolgálva. A feltétel az, hogy mindegyik zsinóron mindig a legalsó golyót kell eltalálni. Hányféleképpen lehet az összes golyót lelőni?

**6.62.** Rendezzük nagyság szerint növekvő sorba azokat a számokat, amelyek az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számjegyeket pontosan egyszer tartalmazzák. Milyen számjegy áll a 100000. helyen?

**6.64.** Egy szabályos ötszög minden csúcsát piros vagy kék színnel kiszíneztük. Ezután az ötszöget tükrözzük az egyik kijelölt szimmetria-tengelyére, majd a középpontja körül elforgatjuk 144°-kal. Hány olyan színezése lehetséges az ötszög csúcsainak, amelyeket a két transzformáció egymásutánja (szorzata) önmagába visz?

**4.58.** Hány megoldása van az *a* + *b* + *c* + *d* = 48 egyenletnek a nemnegatív egész számok körében, ha még azt is megkívánjuk, hogy *a*> 5, *b* > 6, *c* > 7 és *d* > 10 legyen?

**F.** Hányféleképpen bontható fel a 48 pozitív egész számok összegére?

**5.19.** Hány páros elemszámú részhalmaza van egy *n* elemű halmaznak? És hány páratlan elemszámú részhalmaza? (*n* ∈ **N**)

**5.20.** Az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 számjegyekből álló halmaznak hány olyan részhalmaza van, amely

1. tartalmazza az 1, 2 számjegyeket;
2. tartalmazza az 1 és 2 számjegyek valamelyikét (esetleg mindkettőt is);
3. csak páros számjegyet tartalmaz;
4. tartalmaz páros számjegyet;
5. nem tartalmaz prímszámot;
6. legalább három elemű?

**5.28.** Tíz tanuló között hányféleképpen lehet kiosztani három ajándékot, ha az ajándékok különbözők, és **a)** egy tanuló legfeljebb egy; **b)** egy tanuló több ajándékot is kaphat?

Ue. a feladat, ha az ajándékok egyformák.

**5.29.** Hányféleképpen oszthatunk szét 6 piros, 7 fehér és 8 zöld golyót **a)** 2, **b)** 3 gyerek között? **c)** Mi az eredmény akkor, ha egy-egy golyót minden színből kapnia kell a gyerekeknek?

**5.42.** Hányféle karkötőt készíthetünk *n* darab piros és *n* darab kék golyóból, ha

**a)** *n* = 2; **b)** *n* = 3; **c)** *n* = 4?

**6.74.** Mennyi az 1, 3, 5, 7, 9 számjegyekből képezett 5-re végződő összes ötjegyű szám összege, ha **a)** a számjegyek ismétlődhetnek; **b)** a számjegyek nem ismétlődhetnek?

**6.76.** **a)** Hányféleképpen lehet egy kocka 6 lapját 1-től 6-ig megszámozni? (Nem tekintjük különbözőknek azokat a számozásokat, amelyek valamilyen mozgatással egymásba vihetők.) **b)** Ue. a feladat, ha két színnel színezhetünk.

**6.82.** Hányféleképpen lehet egy bástyával a sakktábla a1 mezőjéről a h8 mezőre jutni, ha minden lépésben a célhoz közeledünk, és

**a)** 14; **b)** 12 lépést tehetünk?

**6.84.** 30 tanulót felállítottunk téglalap alakban, 6 sorban és 5 oszlopban. Minden sorból kiválasztottuk a legalacsonyabb tanulót, majd a hat tanuló közül kiválasztottuk a legmagasabbat, ez lett Aladár. Ezután az 5 oszlopból kiválasztottuk a legmagasabbakat, majd az így kapott öt tanuló közül a legalacsonyabbat, ez lett Béla. Melyik tanuló a magasabb?

**G. a)** Hány 6 pontú, 3 élű egyszerű gráf van?

**b)** Ha a gráf nem egyszerű?

**G5.9.** Egy labdarúgó bajnokságban 18 csapat vesz részt. Igaz-e, hogy a nyolcadik forduló után még van olyan három csapat, melyek közül semelyik kettő nem játszott egymással?

**G5.13.** 627 piros és 273 kék pontot négyzet alakban 30 sorba és 30 oszlopba rendeztünk el. A piros pontok közül 2 esett a négyzet kerületére. Egy sorban fekvő szomszédos pontokat és egy oszlopban fekvő szomszédos pontokat egyenes szakaszokkal kötünk össze, így négyzetrács keletkezik. Piros pontok összekötő szakasza piros, kék pontok összekötő szakasza kék, különböző színű pontokat összekötő szakasz fekete, és fekete szakaszból 101 jött létre.

Hány piros összekötő szakasz keletkezett?

**G5.14.** Adott a síkon végtelen sok pont. Bizonyítsuk be, hogy közöttük végtelen sok különböző távolság lép fel!

**G5.15.** Egy téglalap alakú egyszintes lakásról a következőket tudjuk.

1. Bármely két helyiség között legfeljebb egy ajtó van.
2. Bármely helyiségből legfeljebb egy ajtó nyílik a lakáson kívülre.
3. A lakásban összesen 12 ajtó van.
4. A helyiségek téglalap alakúak.

Legalább hány helyiség van a lakásban?