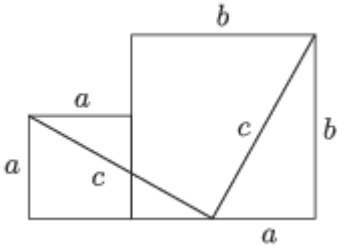


KöMaL K 421 –

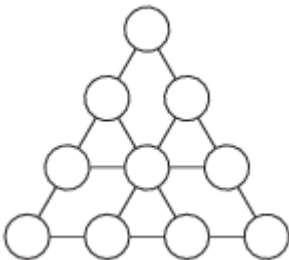
K. 421. Egy 30 egység sugarú kör egyik átmérőjének A pontján keresztül rajzolhatunk egy 18 egység hosszúságú, az átmérőre merőleges húrt a körben. Hány olyan húrja van a körnek az átmérőn kívül, amelyik átmegy az A ponton, és hossza egész szám?

K. 422. Egy a és egy b oldalú négyzetet egymáshoz illesztünk, majd két c hosszúságú szakasszal az *ábrán* látható módon szétvágjuk a két négyzetet összesen 5 darab síkidomra. Mutassuk meg, hogy a keletkező 5 darabból hézag- és átfedésmentesen összeállítható egy c oldalú négyzet.



K. 423. Sanyi minden nap ugyanabban az étteremben vacsorázik, rántott húst, sült krumplit és savanyúságot, és minden nap a számlán szereplő végösszeg 1000 Ft feletti részét adja borralalóként a fizetendő összegén felül. Egyik nap azonban kisebb összegű a számla, mint a szokásos, mert a rántott húst akciósan, féláron adják (a köretre és a savanyúságra az akció nem vonatkozik). Sanyi a számlát áttanulmányozva azt látta, hogy a fizetendő ÁFA nagysága 135 Ft, de azért ő a szokásos 180 Ft-os borralalót adta a pincérnek. Hány forintba kerül teljes áron (ÁFÁ-val) egy adag rántott hús? (Az élelmiszerekre fizetendő általános forgalmi adó mértéke (ÁFA) az ÁFA nélküli ár (azaz a nettó ár) 18%-a.)

K. 424. Helyezzük el az alábbi *ábrába* az 1-10-ig terjedő egész számokat oly módon, hogy a pontosan négy számot tartalmazó szakaszokon levő számok összege 23 legyen (szakaszonként), a pontosan három számot tartalmazó szakaszokon levő számok összege pedig 16 (szakaszonként). Hány különböző elrendezés létezik? (A forgatásokkal és tükrözésekkel egymásba vihető elrendezéseket különbözőnek tekintjük.)



K. 425. Egy cég számátalakító gépeket gyárt. Egy ilyen gép a pozitív számokat átalakítja úgy, hogy a kiadott érték is egy pozitív szám, továbbá az eredmény csak a beadott számtól függ, tehát ha többször is ugyanazt a számot adjuk be ugyanak a gépnek, akkor a kiadott szám is mindig ugyanaz lesz. Vegyünk két ilyen gépet, A -t és B -t. Ha az A gépnek beadunk egy számot, majd az A gép által kiadott számot beadjuk a B gépnek, akkor az eredetileg A -ba beadott érték négyzetgyökét kapjuk eredményként. Ha viszont először a B gépnek adunk be egy számot, majd a kapott értéket beadjuk az A gépnek, akkor a B -be beadott szám négyzete lesz az eredmény. Ha az A gépnek beadjuk a 12-t, akkor 25-öt ad ki eredményül. Mennyit ad ki az A gép eredményül, ha a 144-et adjuk be?

K. 426. Egy házi dolgozat háromféle típusú, összesen 100 kérdésből áll. Az igaz-hamis kérdések helyes megválaszolása 0,5 pontot, a feleletválasztós kérdéseké 3 pontot, az esszéké pedig

10 pontot ér darabonként. A dolgozatra összesen maximum 100 pontot lehet kapni. Melyik típusú kérdésből hány darab van a dolgozatban?

K. 427. Hányféleképpen tudunk kiválasztani csak 8-as számjegyből álló pozitív egész számokat úgy, hogy az összegük 1000 legyen?

K. 428. Gondoltunk egy pozitív egész számra. Adjuk össze 1-től a gondolt számig a páratlan, illetve a páros számokat. A páratlan számok összege 2014-gyel nagyobb, mint a páros számok összege. Melyik számra gondoltunk?

K. 429. Az ABC egyenlőszárú háromszög C csúcsánál lévő szög nagysága 120° . A szárfelező merőlegesek az alapot a D és E pontokban metszik. Mutassuk meg, hogy az ABC háromszög területe háromszor akkora, mint a CDE háromszög területe.

K. 430. Vezessük be a következő jelölést: $33335 = 3_45_1$, azaz az alsó indexbe írt szám jelölje, hogy az adott számjegyből mennyi van egymás mellett (az alsó indexben csak pozitív egész szám állhat). Adjuk meg ekkor a következő összegben a betűk értékét: $1_x4_y3_z8_w + 4_p8_q3_r = 5_29_37_32_21_1$.

K. 431. Egy 2 cm sugarú, kör alakú befőttesgumit úgy „nyomtunk” össze két párhuzamos egyenes hurkapálcával, hogy a hurkapálcák egyenesei egymástól 2 cm-re álltak meg. A befőttesgumi hossza nem változott meg, de az általa kirajzolt alakzat most két félkörből és két párhuzamos szakaszból áll. Hányszorosára változott a befőttesgumi által közrefogott terület az „összenyomás” során?

K. 432. Legyen egy derékszögű háromszög két befogójának hossza a és b egység, átfogójának hossza c egység. Tudjuk, hogy $a + b = 4 + c$. Hogyan viszonyul egymáshoz a háromszög kerületének és területének mérőszáma?

K. 433. Van négy egyformának kinéző tárgyunk, melyek tömege 3, 5, 8 és 11 kg. Egy kétkarú mérleg áll rendelkezésünkre, külön súlyok nélkül.

- Két mérés segítségével állapítsuk meg, hogy melyik a 11 kg-os tárgy a négy közül.
- További két mérés segítségével állapítsuk meg a többi tárgy tömegét is.

K. 434. Laura észrevette, hogy ha a 16 évvel ezelőtti életkorának 16-szorosát kivonná a 16 év múlva leendő életkorából, akkor pont azt kapná meg, hogy hány éves volt 16 évvel ezelőtt. Hány éves most Laura?

K. 435. Egy 30 fős csoportban tesztet írtak. A sikeresen teljesítők pontátlaga 21 pont lett, a sikerteleneké 15, a teljes csoporté 20. Hányan írtak sikeres tesztet?

K. 436. Hány négyzetszám található az $a_n = 1! + 2! + \dots + n!$ sorozatban? ($k!$ jelöli az 1-től k -ig terjedő egész számok szorzatát.)

K. 437. Az alábbi szorzatban minden számjegy a 2, 3, 5, 7 valamelyike. Adjuk meg, a betűk milyen számjegyeket takarnak (a különböző betűk lehetnek azonos számjegyek, de csak a fenti négyből).

	A	B	C	×	D	E
G	H	I	J			
	K	L	M	N		
O	P	Q	R	S		

K. 438. Laci két tesztet írt, mindegyikre maximum 100 pontot lehetett kapni. Amikor megnézte az eredményeket, azt látta, hogy mindkét teszten ő érte el a második legjobb eredményt. A két teszt összesített eredményét tekintve hányadik helyezést érhet el Laci?

K. 439. Az *ábrán* látható alakzat minden oldala 10 cm hosszú, minden belső szöge 30° , 60° , 150° , vagy 300° . Mekkora a területe?



K. 440. Tíz darab szabályos dobókockával dobtunk egyszerre, a dobott számok szorzata 7776 lett. Tudjuk, hogy a dobott számok legnagyobbika csak egyszer fordult elő. Mennyi lehet a dobott számok összege?

K. 441. Keressük meg az összes kétjegyű számot, melyben a számjegyek összegéhez a számjegyek szorzatát hozzáadva az eredeti számot kapjuk eredményül.

K. 442. Az 1, 3, 120 számokra igaz, hogy bármely két közülük kiválasztott szám szorzatánál eggyel nagyobb szám négyzetszám. Melyik számot vehetjük hozzájuk a 120-nál kisebb pozitív egész számok közül negyedikként, hogy az állítás továbbra is igaz maradjon?

K. 443. Az $\overline{ab_7} + \overline{cd_7} = 100_7$ hetes számrendszerbeli egyenlőség teljesül. Mennyi lehet $\overline{ab_{10}} + \overline{cd_{10}}$ tízes számrendszerben?

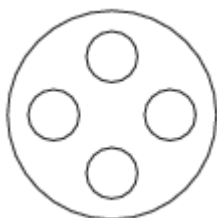
K. 444. Melyik az a legnagyobb szám, ami 22-vel, 33-mal és 55-tel osztható, azonban 52-vel, 117-tel és 325-tel nem osztható, és 18 404 100-nak osztója?

K. 445. A $PQRS$ négyzet P sarkát a szemközti R sarokra hajtva, majd a Q -t az R sarokra hajtva az így kapott alakzat területe 9 cm^2 . Mennyi az eredeti négyzet területe?

K. 446. Jancsinak két cégnél van munkája, mindkét cég órabérben fizet. Ha egy adott hónapban az első cégnél kétszer annyit dolgozik, mint a másodiknál, akkor a havi fizetése $\frac{4}{5}$ része annak, mintha ezt fordítva csinálná. Hány órát kell dolgoznia az első cégnél, hogy megkeresse a második cég által 10 órára fizetett bérét?

K. 447. Találhatunk-e olyan x és y természetes számokat, melyekre teljesül, hogy $x^2 + y^2 = 2015$?

K. 448. Egy kör alakú tárcsán négy korong helyezkedik el az *ábrának* megfelelően. Hányféleképpen színezhettük ki a korongokat négy szín segítségével, ha a tárcsa középpontja körüli, a tárcsa síkjában történő forgatással egymásba vihető színezéseket nem tekintjük különbözőnek? A színezéshez a négy színből tetszőlegesen választhatunk, egy korong egyszerre csak egy színnel színezhető.



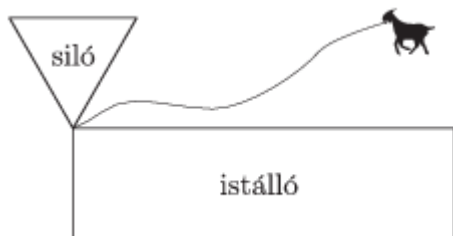
K. 449. Sebi 98 pontos tesztje 1 ponttal növelte az eddigi pontátlagát, míg a következő 70 pontos 2 ponttal rontotta. Hány tesztet írt összesen Sebi?

K. 450. Az 1, 14, 27, ... számtani sorozatban hány jegyű a második olyan szám, amely csupa 2-es számjegyből áll?

K. 451. A kő-papír-olló játékban három szabályt kell ismerni a játékosoknak: a kő kicsorbítja az ollót, az olló elvágja a papírt, a papír becsomagolja a követ, így eldől, hogy melyik győzi le a másikat. Hány új szabályt kell megalkotnunk, ha behozunk a játékba négy újabb lehetőséget (pl. gyufa, szemüveg, telefon, bélyegző)? Milyen alapelv szerint kell az új szabályokat létrehoznunk ahhoz, hogy az új játék is az eredetihez hasonlóan kiegyensúlyozott legyen?

K. 452. Egy istállóhoz csatlakozik egy takarmány tárolására szolgáló siló, melynek alakja szabályos háromszög alapú hasáb.

Az istállóépület hosszabbik oldalának hossza 9 méter, a siló egy oldalának hossza (felülnézetben) 3 méter. A siló és az istálló találkozási pontjához kikötöttek egy kecskét (az *ábrának* megfelelően) egy 9 méter hosszú kötéllel. A kötelet a kecske nem tudja elszakítani, és a kötél nem nyúlik meg. Az épületek körül fű van, nincs kerítés, semmi olyan tereptárgy, ami a kecskét a legelésben akadályozná. Mekkora nagyságú területet tud a kecske lelegelni?



K. 453. Egy dolgozat átlaga 71 pont volt. A tanár azonban egy feladat értékelésénél hibázott, így minden tanulónak adott a dolgozatára még 1 pontot. A dolgozatok összpontszáma így 936-ra változott. Hány gyerek írta meg ezt a dolgozatot?

K. 454. A következő műveletekben szereplő számok számjegyeit nagyon sok helyen betűkkel helyettesítettük. A különböző betűk különböző, az azonos betűk azonos számjegyet jelentenek. Egyik betű sem jelenti az 1-et.

$$1 \cdot G + 1 = H,$$

$$1A \cdot G + 2 = HG,$$

$$1AB \cdot G + 3 = HGF,$$

$$1ABC \cdot G + 4 = HGFE,$$

$$1ABCD \cdot G + 5 = HGFED.$$

Adjuk meg a betűk értékét.

K. 455. Ha a 2015-öt felírjuk a 2-es számrendszerben, akkor palindrom számot kapunk: 11111011111. Hány olyan XXI. századi évszám van, amelynek 2-es számrendszerbeli alakja szintén palindrom?

K. 456. A b alapú számrendszerben felírt 220, 251 és 304 számok három egymást követő négyzetszám. Mennyi b értéke?

K. 457. A birka-iskola szabálya, hogy aki nem megy be az iskolába, az jutalmat kap. Hétfőn a birka-iskola tanulóinak 10%-a hiányzott. Kedden a hétfői hiányzók 10%-a már jött iskolába,

viszont a hétfői jelenlevők 10%-a otthon maradt. A tanulók hány százalékának nem jár jutalom a keddi napért?

K. 458. Jancsi szöveget szeretne venni. Bemegy egy boltba, ahol 10 dkg szög 180 Ft-ba kerül. Itt nem tudja megvenni a kívánt mennyiséget, mert hiányzik hozzá 1430 Ft-ja. Ezért bemegy egy másik boltba, ahol csak 120 Ft-ba kerül 10 dkg szög. Itt megvásárolja azt a mennyiséget, amennyit szeretne, és még marad 490 Ft-ja. Hány kg szögre volt szüksége?

K. 459. Karcsi bácsi a 2 méter 60 cm-es létráját a falnak támasztva akarta kicserélni a falon levő lámpa kiégett izzóját. Először a létrát úgy támasztotta a falnak, hogy az alja a faltól 156 cm-re volt, de így még nem érte el a lámpát. A létra tetejét 32 cm-rel feljebb kellett emelnie, hogy elérje a lámpát, ezt úgy oldotta meg, hogy közelebb vitte a falhoz a létra alját. Hány centiméterrel vitte közelebb?

K. 460. Egy 10 egység sugarú kör középpontja az O pont. A körvonal három pontja (A , B és C) úgy helyezkedik el, hogy az O pont az ABC háromszög belsejében van. Tudjuk, hogy az AB szakasz hossza 12 egység, és az ABC szög nagysága 60° .

a) Hány egység távolságra van az O pont az AB szakasztól?

b) Hány egység hosszú az AC szakasz?

K. 461. Egy négyzetrácsos papírra rajzoltunk egy koordinátarendszert, majd a papírt összehajtottuk egy egyenes mentén. Az összehajtás során a $(30; 12)$ pont a $(-2; -4)$ pontra került. Hol metszi a hajtásvonal a tengelyeket?

K. 462. a) f a valós számok halmazán értelmezett függvény. Tudjuk, hogy tetszőleges a és b esetén teljesül, hogy $f(a) - f(b) = f(a \cdot b)$. Mennyi $f(2015)$ értéke?

b) Van-e olyan, a valós számok halmazán értelmezett g függvény, melyre tetszőleges a és b esetén teljesül, hogy $g(a) - g(b) = 2 \cdot g(a \cdot b) - 2$?